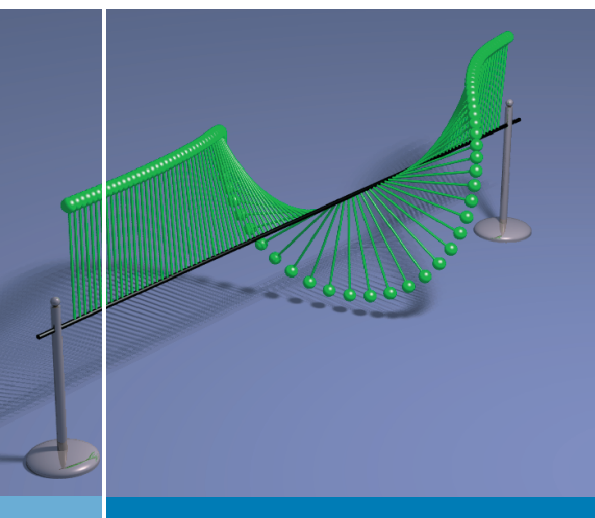


# Fraktionale Flussquanten

## Steuerbare „Atome“ im Supraleiter



In Supraleitern existieren spezielle Wirbel, die einen quantisierten magnetischen Fluss tragen. Diese Flussquanten bestimmen maßgeblich das Verhalten von Supraleitern, etwa bei der Frage, wie viel Strom ein supraleitender Draht tragen kann, ohne einen elektrischen Widerstand zu erzeugen. In den letzten Jahren hat man gelernt, diese Flussquanten gezielt zu manipulieren und zur Erzeugung maßgeschneiderter Eigenschaften einzusetzen. Darüber hinaus gelang es, Flussquanten in kontrollierter Form zu „teilen“ und damit völlig neuartige Objekte herzustellen. Diese fraktionalen Flussquanten lassen sich in gewisser Weise als „Atome“ auffassen, deren Eigenschaften durch elektrische

Ströme hochgradig steuerbar sind. Ganzzahlige wie auch fraktionale Flussquanten bilden einen idealen Baukasten, um neuartige Formen von Quantenmaterie gezielt aufzubauen und zu kontrollieren. Im nachfolgenden Beitrag führen wir in die Welt der Flussquanten ein und beschreiben an Hand ausgewählter Beispiele, wofür sich diese Quanten nutzen lassen.

### 1. Supraleiter, Flussquanten, Josephsonkontakte

abfall, der zur zeitlichen Änderung von  $\Phi$  proportional ist.

<sup>1</sup> Für eine Einführung in die Supraleitung siehe z.B. W. Buckel, R. Kleiner, „Supraleitung – Grundlagen und Anwendungen“, 6. Auflage, Wiley-VCH (2004)

„Magnetischer Fluss“ ist eine Größe, die Studierenden der Physik spätestens im 2. Semester nahe gelegt wird. Wenn ein Magnetfeld  $B$  eine Fläche  $F$  senkrecht durchdringt, so ist der magnetische Fluss  $\Phi$  gerade das Produkt  $B \cdot F$ . Falls das Feld „schief“ zur Fläche steht, ist nur dessen senkrechter Anteil zu berücksichtigen. Die Größe  $\Phi$  spielt beispielsweise bei der Faradayschen Induktion eine große Rolle. Wenn sich der magnetische Fluss durch eine Leiterschleife zeitlich ändert, so entsteht über der Schleife ein Spannungs-

Im Supraleiter<sup>1</sup> spielt der Begriff magnetischer Fluss eine zentrale Rolle. Wird an einen so genannten Typ-II-Supraleiter ein allmählich anwachsendes Magnetfeld angelegt, so schirmt dieser zunächst das Feld vollständig ab. Oberhalb einer gewissen Mindeststärke dringt das Feld aber in den Supraleiter ein und wird dort in feine Schläuche gebündelt. Der magnetische Fluss durch ein Bündel hat immer den gleichen Wert  $\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-15}$  Tesla·m<sup>2</sup>. Dies ist das Flussquant, dessen Wert sich als Quotient des Planck'schen Wirkungsquan-

tums  $h$  und der doppelten Elementarladung  $2e$  ergibt. Der typische Durchmesser eines Flussschlauches liegt bei ca. 0,3 Mikrometer; es handelt sich also um sehr kleine Objekte. Mit der Technik der so genannten Bitterdekoration gelang es U. Eßmann und H. Träuble vom Max Planck Institut für Metallforschung in Stuttgart 1967 erstmals, Flussquanten abzubilden.

01 zeigt eine ihrer Aufnahmen in einer Legierung aus Blei und Indium.

Der Grund für die Portionierung des magnetischen Flusses in einzelne Quanten liegt in der speziellen Wellennatur der Elektronen im supraleitenden Zustand. Nach den Gesetzen der Quantenmechanik kann einem sich bewegenden Elektron ein Wellenzug zugeordnet werden, der sich mit dem Elektron bewegt und eine Wellenlänge (der Abstand zwischen zwei „Wellenbergen“) hat, die von der Masse und der Geschwindigkeit des Elektrons abhängen. Wenn sich viele Elektronen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten in unterschiedliche Richtungen bewegen, bleibt von dieser Welleneigenschaft allerdings wenig übrig. Man erhält eine „inkohärente“ Überlagerung aller Wellen, ganz analog zum Fall von Photonen, die aus einer Glühbirne austreten. Dies ändert sich – im Fall von Photonen – wenn man von der Glühbirne zum Laser übergeht. Dort treten alle Lichtwellen in nahezu der gleichen Richtung mit nahezu gleicher Wellenlänge aus. Man erhält eine „kohärente“ Überlagerung und damit einen Zustand, in dem alle Photonen eine gleichsam makroskopische Welle ausbilden. Im Supraleiter bilden Paare von Elektronen zusammen einen analogen Zustand aus. Obgleich sich alle einzelnen Elektronen unterschiedlich verhalten, bewegen sich Paare von Elektronen jeweils so, dass deren Schwerpunktbewegung eine „makroskopische Materiewelle“ oder „makroskopische Wellenfunktion“ formt, die wohl definierte Welleneigenschaften wie Wellenlänge oder Phase hat. Diese makroskopische Welle lässt sich durch kleine Störungen nicht aufhalten und führt beispielsweise dazu, dass Supraleiter elektrischen Strom ohne Widerstand tragen können.

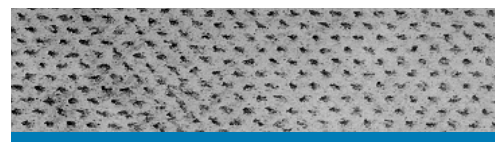
Betrachtet man einen (homogenen) supraleitenden Ring, so muss sich die makroskopische Materiewelle um den Ring schließen, vgl. 02 (links). Nach einem Umlauf muss Wellenberg auf Wellenberg

treffen und damit muss der um den Ring laufende Wellenzug ein ganzzahliges Vielfaches einer Wellenlänge besitzen (die Phase der Wellenfunktion muss sich bei einem Umlauf um den Ring um ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  ändern). Im Unterschied zu Photonen sind Elektronen aber geladen und reagieren auf äußere Magnetfelder. Es zeigt sich, dass sich die Wellenlänge der Elektronen durch angelegte Magnetfelder ändern lässt. Wenn der Ring von einem Magnetfeld durchsetzt wird, führt die Bedingung an die Phase der Materiewelle dazu, dass der magnetische Fluss in ganzzahligen Vielfachen von  $\Phi_0$  portioniert sein muss. Ganz analog erhält man im Typ-II-Supraleiter eine Aufteilung des magnetischen Flusses in einzelne Quanten  $\Phi_0$  – dieser Supraleiter erzeugt im Magnetfeld so viele Flussquanten, wie er kann.

Bevor wie uns „fraktionale Flussquanten“ zuwenden, müssen wir noch eine weitere Anordnung (ein Josephsonkontakt) einführen, die aus zwei supraleitenden Schichten besteht, die durch eine nicht-supraleitende Zwischenschicht getrennt sind. Die Zwischenschicht ist dabei nur wenige Nanometer dick; das gesamte Sandwich hat eine Kantenlänge im Bereich weniger Mikrometer. Nach den Gesetzen der klassischen Physik sollte es unmöglich sein, dass ein Suprastrom über die Zwischenschicht fließen kann. Falls diese isolierend ist, sollte es ebenso unmöglich sein, einen „normalen“ Strom von Elektronen über die Zwischenschicht zu erhalten. Die Quantenmechanik erlaubt aber, dass die entsprechenden Wellenzüge ein Stück weit in die Zwischenschicht hineinreichen, so dass Elektronen über diese „tunneln“ können. Im Fall des Supraleiters erhält man einen schwachen Suprastrom, den so genannten Josephsonstrom. Er hat die besondere Eigenschaft, dass dessen Stärke zum Sinus der Differenz der Phasen der makroskopischen Wellenfunk-

## SUMMARY

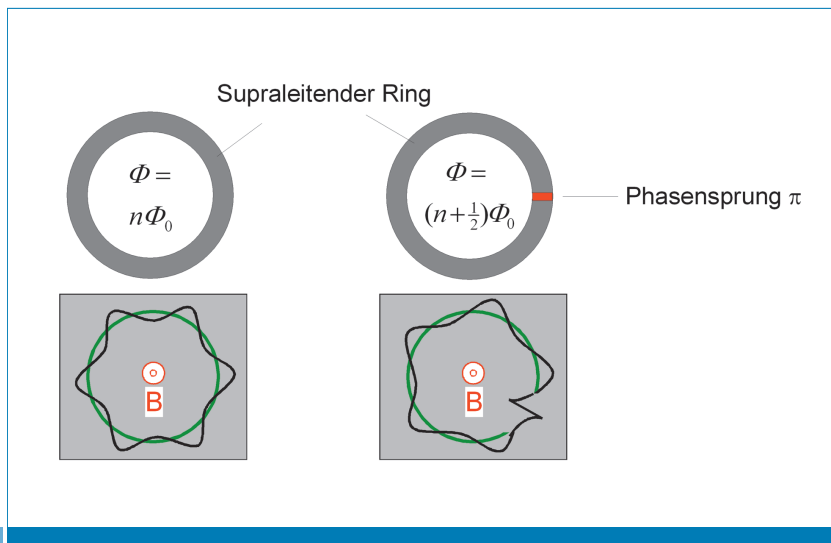
*In superconductors special kinds of vortices can be created that carry a quantized magnetic flux. These flux quanta determine in many aspects the behavior of a superconductor, e. g. in the context of the capability of superconducting wires to carry a supercurrent without producing electrical resistance. Within the last years physicists have learned how to manipulate flux quanta in a controlled way and how to use them to create materials with tailored properties. In addition it became possible to "split" such vortices and thus to create completely new objects. These fractional vortices can be viewed as "atoms" that can be controlled to a high degree by electrical currents. Integer and fractional vortices form an ideal tool to build up and control new forms of quantum matter. In this article we will introduce the reader into the world of flux quanta and will show, using selected examples, what such quanta can be used for.*



01

Abbildung magnetischer Flussquanten durch „Dekoration“ mit Eisenkolloid (U. Eßmann, H. Träuble, 1967). An eine Blei-Indium-Legierung wurde bei einer Temperatur von 1,2 Kelvin ein Magnetfeld senkrecht zur Bildebene angelegt. Die Probe wurde im Magnetfeld mit kleinen Eisenkolloidpartikeln bestäubt, die sich an den Durchstoßpunkten der Flusslinien auf der Oberfläche des Supraleiters anlagern. Nach Aufwärmen wurde die Probe im Rasterelektronenmikroskop abgebildet. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Flusslinien beträgt ca. 1 Mikrometer. Abbildung aus [1].

*Image of magnetic flux quanta obtained by decoration with iron colloid (U. Eßmann, H. Träuble, 1967). A magnetic field perpendicular to the plane of view was applied to a lead/indium sample. The sample was subsequently decorated with small iron particles accumulating at the spots where the flux lines exit from the superconductor. After warming up, the sample was imaged in a scanning electron microscope. The distance between adjacent flux lines is about 1 micrometer. Image from [1].*



Zur Flussquantisierung im supraleitenden Ring. Links: Homogener Ring, rechts: Ring mit eingebautem Phasensprung  $\pi$ . Oben: Geometrie des Rings und eingeschlossener magnetischer Fluss  $\Phi$ ; „ $n$ “ steht für eine ganze Zahl. Unten: Verlauf der makroskopischen Wellenfunktion entlang eines gedachten kreisförmigen Wegs im Innern des Rings. „ $B$ “ bezeichnet das angelegte Magnetfeld.

On the issue of flux quantization in a superconducting ring. Left graphs: homogeneous ring, right graphs: ring including a phase discontinuity of  $\pi$ . Upper graphs show the ring geometry and indicate the magnetic flux  $\Phi$  enclosed in the ring; „ $n$ “ indicates an integer number. Lower graphs indicate the macroscopic wave function oscillating around a circular path inside the ring. „ $B$ “ indicates the applied magnetic field.

tionen in den beiden supraleitenden Schichten proportional ist (so ist die Phasendifferenz gerade  $180^\circ$  bzw.  $\pi$ , wenn einem Wellenberg in Schicht 1 ein Wellental in Schicht 2 gegenübersteht). Josephsonkontakte haben seit ihrer Entdeckung in den 1960er Jahren vielfältige Anwendungen gefunden, etwa bei der Realisierung von Spannungsstandards, als höchstempfindliche Magnetfeldsensoren zur Detektion von Gehirnströmen oder als aktive Elemente in supraleitenden Schaltkreisen.

## 2. Halbzahlige Flussquanten in supraleitenden Ringen

In unserem Zusammenhang spielen Josephsonkontakte eine große Rolle bei der Realisierung fraktionaler Flussquanten. Betrachten wir zunächst nochmals einen supraleitenden Ring. Wir hatten gesehen, dass die makroskopische Wellenfunktion eine ganze Zahl von Wellenlängen um den Ring herum haben muss; als Konsequenz musste der magnetische Fluss durch den Ring ein ganzzahliges Vielfaches des Flussquants  $\Phi_0$  betragen. Wir hatten dabei aber unterstellt, dass die Welle um den Ring herum keine Sprünge aufweist, der Ring mithin homogen supraleitend war. Baut man nun eine dünne Barriere in den Ring ein (d.h. man integriert einen Josephsonkontakt), so kann die Welle an der Barriere einen Phasensprung  $\kappa$  aufweisen. Betrachten wir einen Ring, in den ein „konventioneller“ Josephsonkontakt mit einer isolierenden oder normal leitenden Barriere integriert ist. Das von außen angelegte Magnetfeld sei Null. Ohne Josephsonkon-

takt ist dann der einfachste Zustand der flussfreie Zustand, d.h. es befinden sich Null Flussquanten im Ring und es fließt kein Strom um den Ring. Bei „konventionellen“ Josephsonkontakten ist ohne Strombelastung der Phasensprung an der Barriere Null; integriert man einen solchen Kontakt in den Ring, passiert nichts; der magnetische Fluss durch den Ring bleibt Null. Seit einigen Jahren kennt man aber Josephsonkontakte, die ohne Strombelastung einen Phasensprung von  $\pi$  aufweisen. Dies lässt sich z.B. durch Einfügen einer ferromagnetischen Barriere erreichen. Je nach Dicke dieser Barriere erhält man entweder „0-Kontakte“, die ohne Strombelastung keinen Phasensprung zeigen, oder „ $\pi$ -Kontakte“, bei denen die Wellenfunktion an der Barriere um  $180^\circ$  springt.

Integriert man einen  $\pi$ -Kontakt in den supraleitenden Ring (vgl. **02** rechts), so muss sich die Phase der Wellenfunktion bei einem Umlauf um den Ring nach wie vor um ein Vielfaches von  $2\pi$  ändern. Jetzt ist aber „ein  $\pi$ “ am Josephsonkontakt lokalisiert. Es entstehen spontane Ringströme, so dass sich die Phase der Wellenfunktion um ein ungeradzahliges Vielfaches von  $\pi$  um den Ring herum ändert. Als Konsequenz beträgt der magnetische Fluss durch den Ring ein ungeradzahliges Vielfaches des halben Flussquants; im einfachsten Fall trägt der Ring spontan einen magnetischen Fluss  $\pm\Phi_0/2$ .

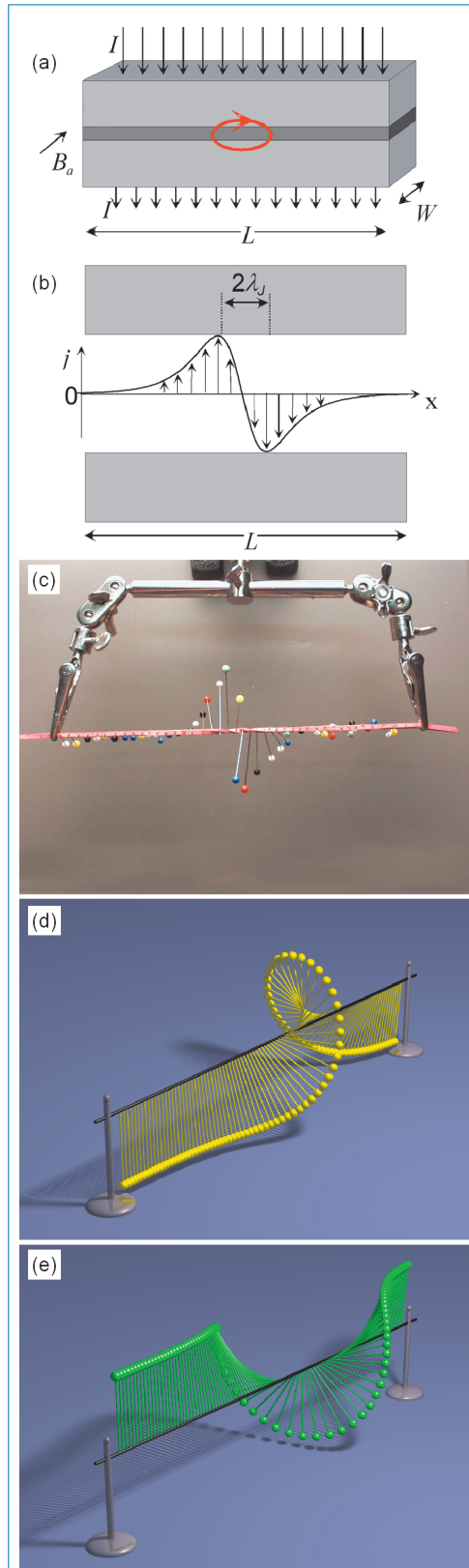
Besäße man eine Möglichkeit, im Ring einen beliebigen Phasensprung  $\kappa$  zu erzeugen, so kann der Ring einen Kreisstrom so aufbauen, dass die (kontinuierliche) Phasenänderung um den Ring  $-\kappa$  beträgt – entsprechend einem magnetischen Fluss  $(\kappa/2\pi)\Phi_0$ . Alternativ kann die Phasenänderung um den Ring  $2\pi-\kappa$  betragen. Man erhält einen magnetischen Fluss  $(\kappa/2\pi-1)\Phi_0$ . Für  $\kappa \neq \pi$  existieren also zwei unterschiedliche Sorten fraktionaler Flussquanten (z. B.  $-1/3\Phi_0$  und  $+2/3\Phi_0$  für  $\kappa = \pi/3$ ). Entsprechende Wirbel können bislang nicht in dem einfachen Ringssystem erzeugt werden, das hier dargestellt wurde. Wohl aber gelingt dies in „langen“ Josephsonkontakten, wie im nächsten Abschnitt dargestellt wird. Man sieht aber bereits in dem einfachen Beispiel des supraleitenden Ringes, dass sich fraktionale Flussquanten qualitativ von ganzzahligen Flussquanten unterscheiden: Im letzteren Fall ist  $\Phi = 0 \cdot \Phi_0$  die einfach-

ste Lösung; man erhält ein flussfreies System. Für  $\kappa = \pi$  muss ein spontaner magnetischer Fluss  $\pm\Phi_0/2$  erzeugt werden, wobei die Abschirmströme entsprechend der beiden Vorzeichen entweder im Uhrzeigersinn oder dagegen fließen. Es baut sich also spontan ein magnetischer Zustand auf. Die beiden Möglichkeiten  $\pm\Phi_0/2$  können beispielsweise zur Speicherung binärer Information verwendet werden. Im Fall  $\kappa \neq \pi$  bricht man zudem die Symmetrie zwischen rechtsdrehenden und linksdrehenden Ringströmen. Es entsteht ein System, das reichhaltige Physik aufweist und zudem – über die Wahl von  $\kappa$  – hochgradig steuerbar ist.

### 3. Flussquanten in langen Josephsonkontakten

Kehren wir zurück zur Physik von Josephsonkontakten. Wir hatten bislang deren endliche Ausdehnung nicht beachtet. Wir nehmen nun an, die Schichten seien in einer Richtung sehr weit ausgedehnt, vgl. **03** (a). Dies ist die Geometrie des „langen“ Josephsonkontakts, wobei wir zunächst einen 0-Kontakt betrachten. „Lang“ ist dabei relativ zur so genannten Josephsonlänge  $\lambda_J$  zu verstehen, die ein Maß dafür ist, auf welcher Längenskala die Josephsonströme variieren. Die Josephsonlänge hängt von Materialkonstanten wie der maximalen Suprastromdichte über die Barrierenschicht ab und ist typischerweise von der Größenordnung 10-20 Mikrometer. Wenn die Kontaktlänge  $L$  größer als ca.  $4\lambda_J$  ist, können sich, etwa bei Anlegen eines Magnetfelds parallel zur Schichtstruktur, so genannte Josephson-Flusswirbel oder Josephson-Fluxonen ausbilden. Sie tragen wiederum ein ganzes Flussquant  $\Phi_0$ . Die Achse der Wirbel liegt in der Barrierenschicht, die Ausdehnung der Fluxonen ist von der Größenordnung  $\lambda_J$ , solange diese ruhen. Josephson-Fluxonen können durch Anlegen eines Transportstroms über die Barriere in Bewegung gesetzt werden (dieser Strom übt eine Lorentz-Kraft auf die Wirbel aus). Die Dynamik der Wirbel bzw. des langen Josephsonkontakts generell wird durch die so genannte Sinus-Gordon-Gleichung bestimmt, die eine relativistische nichtlineare Wellengleichung darstellt. So verhalten sich Josephson-Fluxonen ähnlich wie relativistische Teilchen. Insbesondere existiert eine Grenzschnelligkeit, die typischerweise einige

Prozent der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit beträgt. Die Physik von Fluxonen ist sehr reichhaltig und wird seit Jahren intensiv untersucht. Interessanterweise existiert ein



„Langer“ Josephsonkontakt und Pendelmodell. (a) Geometrie eines langen Josephsonkontakts. Die supraleitenden Schichten sind hellgrau schattiert, die Barrierenschicht dunkelgrau.  $L$  bezeichnet die Länge des Kontakts,  $W$  dessen Breite. Ein eventuell angelegtes Magnetfeld ist mit  $B_a$  bezeichnet, ein Transportstrom über den Kontakt mit  $I$ . Die rote Ellipse stellt schematisch den Ringstrom um ein Fluxon dar. Abb. (b) zeigt die berechnete Suprastromdichte über die Barrierenschicht, Abb. (c) eine „Pendel“kette als Analogsystem. Man beachte, dass die Projektion der Stecknadelköpfe den gleichen Verlauf wie die in (b) gezeigte Suprastromdichte über die Barrierenschicht hat. In (d) ist diese Pendelkette nochmals als Computergraphik gezeigt. Abb. (e) zeigt zum Vergleich ein Fluxon in einem  $\pi$ -Kontakt.

“Long” Josephson junctions and chains of pendula: (a) geometry of a long Josephson junction. The superconducting layers are indicated in light grey, the barrier layer in dark grey.  $L$  denotes the length of the junction,  $W$  its width. A magnetic field eventually applied to the structure is denoted as  $B_a$ , a transport current across the junction with  $I$ . The red ellipse schematically indicates the circulating current around a fluxon. Graph (b) shows the calculated supercurrent density across the barrier layer and, for comparison, a chain of “pendula” acting as a mechanical analog of the Josephson junction (c). Note that the projection of the pin heads follows the same curve as the supercurrent density shown in (b). Graph (d) shows a computer graphic of the chain of pendula, graph (e) the corresponding picture for the case of a  $\pi$  junction.

mechanisches System – eine Kette von Pendeln, die an einem Gummiband befestigt sind und im Schwerfeld der Erde schwingen können – dessen Dynamik völlig analog zum langen Josephsonkontakt ist. Insbesondere entspricht einem Fluxon die Situation, dass eines der Pendelenden um  $360^\circ$  verdreht wurde, so dass ein Wirbel in der Kette entsteht, vgl. **03b**, **03c** und **03d**. Würde man anstelle eines lan-

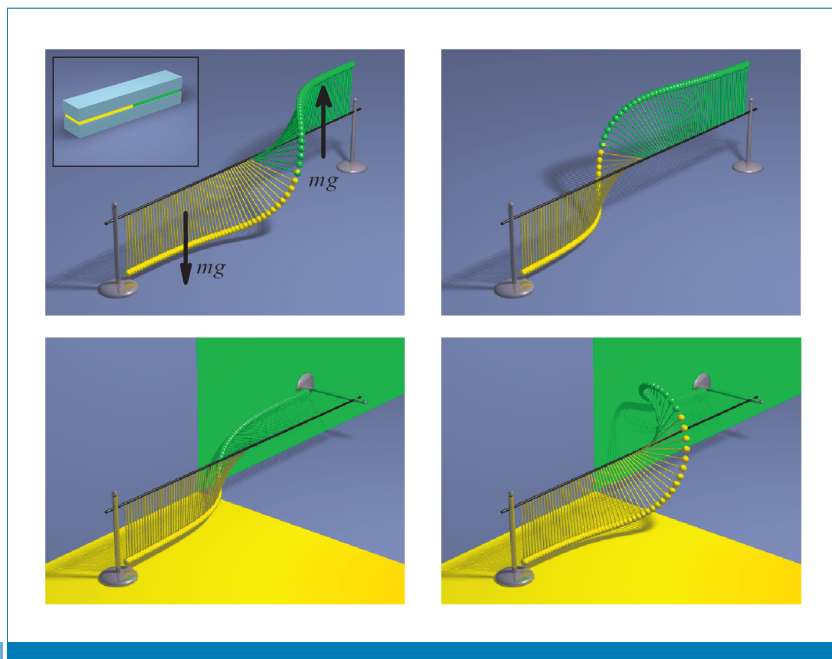
Zahlenwert für  $\kappa$ ), bilden sich entsprechend Flusswirbel an der Kontaktstelle aus, die analog zum Fall des supraleitenden Rings einen magnetischen Fluss von  $(-\kappa/2\pi)\Phi_0$  bzw.  $(1-\kappa/2\pi)\Phi_0$  tragen. Im Pendelmodell entspricht dies der Situation, dass die Schwerkraft im  $\kappa$ -Segment um einen Winkel  $\kappa$  zur Vertikalen verdreht ist, also z.B. für  $\kappa = \pi/2$  parallel zur Erdoberfläche zeigt.

Man kann  $0-\pi$ -Kontakte auf unterschiedliche Arten realisieren (siehe **05**). So lassen sich in den langen Josephsonkontakt ferromagnetische Barrieren unterschiedlicher Dicke einfügen, so dass ein Teil des Kontakts im  $0$ -Zustand, der andere im  $\pi$ -Zustand ist. Ein Phasensprung von  $\pi$  tritt ebenfalls auf, wenn ein so genannter Hochtemperatursupraleiter (z.B.  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ ) entlang einer Zickzack-Linie mit einem gewöhnlichen Supraleiter wie Niob verbunden wird (man nutzt hier die Tatsache, dass die Wellenfunktion des Hochtemperatursupraleiters bei einer Drehung um  $90^\circ$  ihr Vorzeichen wechselt).  $0-\kappa$ -Kontakte lassen sich künstlich dadurch erzeugen, dass in eine der supraleitenden Schichten eines „gewöhnlichen“ Josephsonkontakts an einer eng begrenzten Stelle ein Strom eingespeist und in unmittelbarer Nähe sofort wieder extrahiert wird. Zwischen den beiden Stromzuführungen (den Injektoren) bildet sich ein beliebiger Phasensprung aus, dessen Wert durch die Stärke des Injektorstroms gesteuert werden kann.

Mit den obigen Techniken lassen sich ebenfalls Geometrien erzeugen, bei denen viele Segmente  $0-\pi-0-\pi-0\dots$  bei unterschiedlichster Geometrie zusammengeführt werden. Entsprechendes gilt für bzw.  $0-\kappa$ -Segmente, wobei hier zusätzlich in jedem Segment der Wert von  $\kappa$  individuell eingestellt werden kann. Darüber hinaus kann man Anordnungen erzeugen, die mit den natürlichen  $0-\pi$ -Kontakten nicht realisierbar sind (z.B. eine ungerade Anzahl solcher Übergänge in einem ringförmigen Josephsonkontakt).

#### 4. „Klassische“ Physik mit ganzzahligen und fraktionalen Flussquanten

Wir haben in den obigen Abschnitten unterschiedliche Arten magnetischer Flussquanten kennen gelernt. In supraleitenden Ringen ist der magnetische Fluss im Ring



Semifluxonen und  $\kappa$ -Wirbel im Pendelmodell. Oben: links- bzw. rechtsdrehendes Semifluxon, Fluss  $\pm\Phi_0/2$ . Die Pfeile deuten die jeweilige Richtung der Schwerkraft  $m\cdot g$  (Masse  $\cdot$  Erdbeschleunigung) in den  $0$ - und  $\pi$ -Segmenten an.

Unten:  $\kappa$ -Wirbel mit  $\kappa = \pi/2$ . Links: Direkter rechtsdrehender Wirbel, Fluss  $-\Phi_0/4$ , rechts: komplementärer linksdrehender Wirbel, Fluss  $3\Phi_0/4$ .

Semifluxons and  $\kappa$  vortices in the pendulum model. Top: Semifluxons rotating counterclockwise and clockwise. Arrows indicate the corresponding direction of the gravitational force  $m\cdot g$  (mass times acceleration of gravity) in the  $0$  and  $\pi$  segments. They carry a magnetic flux  $\pm\Phi_0/2$ . Bottom:  $\kappa$  vortices with  $\kappa = \pi/2$ . Left: direct vortex rotating clockwise carrying a magnetic flux  $-\Phi_0/4$ ; right: complementary vortex rotating counterclockwise carrying a magnetic flux  $3\Phi_0/4$ .

gen  $0$ -Kontakts einen langen  $\pi$ -Kontakt benutzen, so ändert sich an diesem Bild lediglich, dass alle Pendel nach oben weisen; man müsste die Pendelkette entsprechend einer negativen Schwerkraft aussetzen, vgl. **03e**.

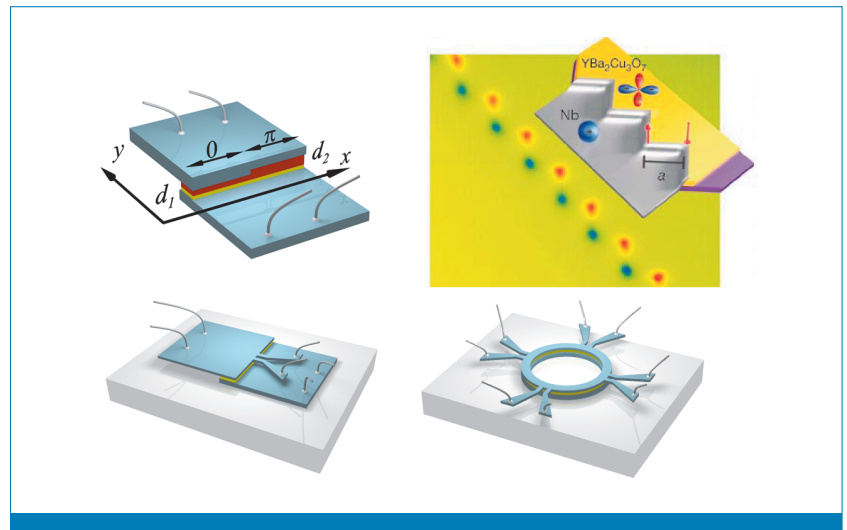
Was passiert, wenn ein langer Josephsonkontakt aus zwei Segmenten zusammengesetzt wird, von denen eines einen  $0$ -Kontakt und das andere einen  $\pi$ -Kontakt darstellt (ein „ $0-\pi$ -Kontakt“)? Betrachten wir dies zunächst im Bild der Pendelkette. Im  $0$ -Teil der Kette weist die Schwerkraft nach unten, im  $\pi$ -Teil nach oben. Die Pendel vollführen eine halbe Rechts- oder auch Linksdrehung entlang der Kette, vgl. **04** oben. Es entsteht ein „halber“ Wirbel, der an der Kontaktstelle der beiden Segmente fixiert ist. Im realen Josephsonkontakt entspricht dies der spontanen Ausbildung eines halbzahligen Flussquants – eines Semifluxons – an der  $0-\pi$ -Grenze.

Hätte man einen  $0$ -Kontakt mit einem  $\kappa$ -Kontakt verbunden (d.h. man führt einen Phasensprung  $\kappa$  ein, bei einem beliebigen

fixiert, kann aber zwischen unterschiedlichen Polaritäten (rechtsdrehende bzw. linksdrehende Ströme) geschaltet werden. In gewöhnlichen Josephsonkontakten bewegen sich Fluxonen, die ein Flussquant tragen, frei entlang der Barrierenschicht. In  $0-\pi$ - bzw.  $0-\kappa$ -Kontakten können sich spontan fraktionale Flusswirbel ausbilden, die an den „Phasendiskontinuitäten“ angeheftet sind. Im Gegensatz zu Flussquanten im Ring sind diese Wirbel aber nicht starr, sondern können um die Diskontinuitäten herum oszillieren. Fraktionale Flusswirbel können ebenfalls entlang einer Kette nah benachbarter Phasendiskontinuitäten „hüpfen“. Zusätzlich können sich Fluxonen entlang der einzelnen Segmente frei bewegen und über die fraktionalen Flusswirbel hinweglaufen. Man erhält ein reichhaltiges System wechselwirkender „Teilchen“, deren Wechselwirkung auf vielfältige Weise kontrollierbar ist.

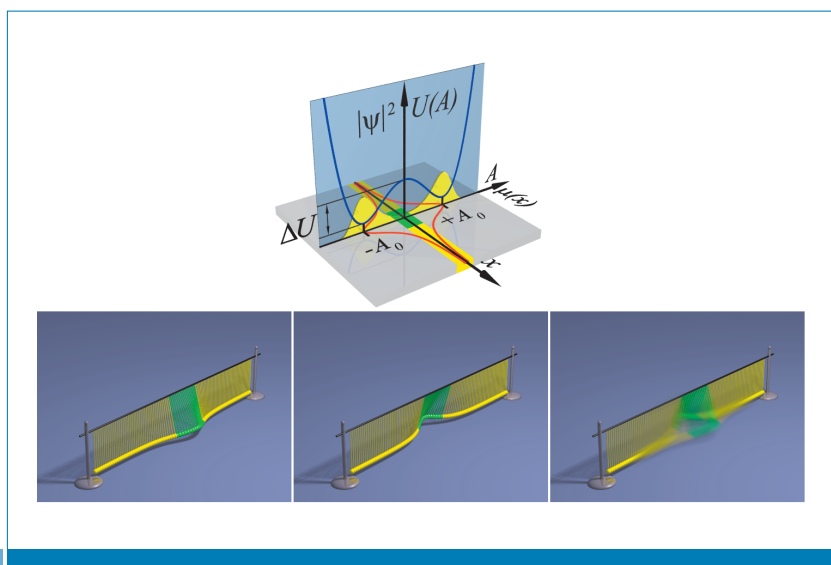
Flussquanten sind für Grundlagenuntersuchungen von großem Interesse, haben aber auch eine Vielzahl von Anwendungen gefunden. Wir haben bereits erwähnt, dass sich supraleitende Ringe als Speicherelemente verwenden lassen. Solche Speicher sind beispielsweise Bestandteile der so genannten „Rapid Single Flux Quantum Logic“ – kurz RSFQ-Logik. Hier werden logische Operationen mit Hilfe einzelner Flussquanten durchgeführt. Eine an einem binären Bauelement (einem Gatter) in schneller Folge eintreffende Folge von Flussquanten gibt den Takt vor, in dem logische Operationen durchgeführt werden. Trifft während eines Takts ein weiteres Flussquant am Gatter ein, entspricht dies der logischen „1“, ansonsten erhält man die „0“. Flussquanten können mit Frequenzen von mehreren 100 GHz verarbeitet werden, sind also deutlich schneller und verbrauchen überdies erheblich weniger Leistung als derzeitige Silizium-Transistoren. Fluxonen, die sich durch lange Josephsonkontakte bewegen, werden auch als durchstimmbare Oszillatoren für Frequenzen bis über 700 GHz verwendet. Hierbei läuft eine Kette von Fluxonen entlang der Barrierenschicht und regt dabei elektromagnetische Wellen im Josephsonkontakt an. Die Geschwindigkeit der Fluxonen lässt sich durch den am Josephsonkontakt angelegten Strom steuern, deren Dichte durch ein angelegtes Magnetfeld. Man hat ebenfalls gelernt, „Ratschen“ aus langen Josephsonkontakten herzustellen. Hierbei bewegen sich Fluxonen unter dem Einfluss eines hochfrequenten Wechselstromes, laufen aber trotz dieses periodischen Antriebs nur in eine Richtung. Dies hat zur Folge, dass hochfrequente Signale gleichgerichtet und leicht weiterverarbeitet werden können.

Die obigen Beispiele bezogen sich auf ganzzahlige Flussquanten. Fraktionale Flusswirbel eröffnen eine Reihe zusätzlicher Möglichkeiten. Wir hatten bereits erwähnt, dass in supraleitenden Ringen, die einen  $\pi$ -Kontakt enthalten, halbzahlige Flussquanten positiver oder negativer Polarität



Realisierungen von  $0-\pi$ - bzw.  $0-\kappa$ -Kontakten. Oben links: Skizze eines Niob-Kontakts mit ferromagnetischer Kupfer-Nickel-Barriere; die Barrierendicke ist im  $0$ - bzw.  $\pi$ -Bereich unterschiedlich. Oben rechts: Niob- $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ -Zickzackkontakt mit Kantenlänge  $a = 25 \mu\text{m}$  [Abbildung aus H. Hilgenkamp, Ariando, H.-J. H. Smilde, D. H. A. Blank, G. Rijnders, H. Rogalla, J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, *Nature* 422, 50 (2003)]; die blauen bzw. roten Scheibchen sind mittels SQUID-Mikroskopie aufgenommene Verteilungen des von den Semifluxonen produzierten Magnetfelds. Blau und rot bezeichnen unterschiedliche Feldrichtungen, d.h. es liegt eine Kette von Semifluxonen mit alternierender Polarität vor. Unten: Niobkontakte mit Injektorstrukturen. Links: Linearer Kontakt mit einem Injektor; rechts: ringförmiger Kontakt mit 4 Injektoren.

Realizations of  $0-\pi$ - and  $0-\kappa$  junctions. Top left: Sketch of a niobium junction with ferromagnetic copper-nickel barrier; the thickness of the barrier layer is different in the regions indicated with  $0$  and  $\pi$ . Top right: Niobium- $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  zig zag junction with facet length  $a = 25 \mu\text{m}$  [Figure from H. Hilgenkamp, Ariando, H.-J. H. Smilde, D. H. A. Blank, G. Rijnders, H. Rogalla, J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, *Nature* 422, 50 (2003)]; the blue and red spots are SQUID measurements of the magnetic fields produced by the semifluxons. Blue and red indicate different directions of the magnetic field showing that the semifluxons form a chain of vortices with alternating polarity. Bottom: Niobium junctions with injector structures. Bottom left: linear geometry with one injector; bottom right: annular geometry with 4 injectors.



06

Ein Paar nahe benachbarter Semifluxonen wechselt seine Polarität in einer vereinfachten Beschreibung, die davon ausgeht dass die Form des Phasenverlaufs sich beim Umklappprozess nicht ändert. Die mit  $x$  bezeichnete Koordinate führt entlang der Barrierenschicht eines langen Josephsonkontakts, der ein  $\pi$ -Segment (grün) zwischen zwei 0-Segmenten enthält. An den beiden Phasendiskontinuitäten (Grenzen zwischen gelben und grünen Segmenten) bildet sich ein Paar nahe benachbarter Semifluxonen aus, das sich klassisch in einem der beiden Zustände  $|\uparrow\downarrow\rangle$  bzw.  $|\downarrow\uparrow\rangle$  befindet. Die zugehörigen Verläufe der Phasendifferenz entlang des Josephsonkontakts ist als  $\mu(x)$  bezeichnet und im Graphen rot dargestellt. Die Phasendifferenz  $\mu(x)$  nimmt maximal die Werte  $\pm A_0$  an. Betrachtet man  $A$  als dynamische Variable, lassen sich potenzielle und kinetische Energie des Semifluxon-Paars für beliebiges  $A$  berechnen und daraus eine Schrödingergleichung für die quantenmechanische Rechnung aufstellen. Die mit  $U(A)$  bezeichnete Koordinate gibt den Verlauf der potenziellen Energie  $U$  als Funktion von  $A$  an, vgl. blaue Linie. Man erhält ein Doppelmuldenpotenzial, dessen klassische Lösung die Werte  $\pm A_0$  entsprechend der Potenzialminima liefert. Die quantenmechanische Beschreibung liefert die Wellenfunktion  $\Psi$ , deren Betragsquadrat die Wahrscheinlichkeit angibt, einen bestimmten Wert von  $A$  zu finden. Die weitere Analyse erlaubt es, die Bedingungen festzulegen, unter denen der Effekt beobachtet werden kann. Man findet beispielsweise, dass die Messtemperaturen deutlich unterhalb von 100 Millikelvin liegen sollten. Der Abstand der beiden Semifluxonen sollte im Bereich einiger Mikrometer liegen. Unter diesen Bedingungen, die experimentell realisierbar sind, erwartet man quantenmechanische Überlagerungen der Zustände  $|\uparrow\downarrow\rangle$  und  $|\downarrow\uparrow\rangle$ . Die unteren Graphen zeigen, wie sich die Situation im Pendelmodell darstellt. Links: Zustand  $|\uparrow\downarrow\rangle$ , Mitte: Zustand  $|\downarrow\uparrow\rangle$ ; rechts: Überlagerung der beiden Zustände.

A pair of nearby semifluxons changes its polarity in a simplified description assuming that the shape of the phase distribution along the barrier does not change during the umklapp process. The coordinate denoted  $x$  follows the barrier layer of the long Josephson junction containing a  $\pi$  segment (indicated in green color) in between two 0 segments (indicated in yellow color). At the phase discontinuities (boundaries between yellow and green segments) a pair of semifluxons forms which classically is in one of the states  $|\uparrow\downarrow\rangle$  or  $|\downarrow\uparrow\rangle$ . The phase difference along the Josephson junction is denoted as  $\mu(x)$  and is shown in the graph by the red curve. The phase difference  $\mu(x)$  obtains maximum values  $\pm A_0$ . If one considers  $A$  as a dynamic variable the potential and kinetic energy of the semifluxon pair can be calculated for arbitrary values of  $A$ . From here a Schrödinger equation can be obtained for quantum mechanical calculations. The coordinate denoted with  $U(A)$  shows the dependence of the potential energy  $U$  as a function of  $A$ , cf. blue line. One obtains a double well potential having classical solutions at the  $\pm A_0$  potential minima. The quantum mechanical description yields the wave function  $\Psi$ , the modulus squared of which denoting the probability to find a certain value of  $A$ . Further analysis allows to determine the conditions required to observe the effect. For example one finds that the temperature should be well below 100 millikelvins; the distance between the semifluxons should be some micrometers. Under these conditions which can be realized experimentally one expects quantum mechanical superpositions of the states  $|\uparrow\downarrow\rangle$  and  $|\downarrow\uparrow\rangle$ . The lower graphs illustrate how the situation appears in the pendulum mode. Left: state  $|\uparrow\downarrow\rangle$ , middle: state  $|\downarrow\uparrow\rangle$ ; right: superposition of the two states.

spontan entstehen. Die Speicherung binärer Information wird dadurch erheblich vereinfacht. In supraleitenden Ringen, die ganzzahlige Flussquanten enthalten, werden spezielle Steuerströme benötigt, die Zustände wie 1 Flussquant – kein Flussquant stabilisieren. Bei  $\pi$ -Ringen entfallen diese Ströme, digitale Schaltkreise werden stark vereinfacht.

Semifluxonen bzw.  $\kappa$ -Wirbel in langen Josephsonkontakten sind sehr neuartige Objekte, deren Potenzial sich erst langsam abzeichnet. So könnten sich mit Semifluxonen vorteilhaft Hochfrequenzoszillatoren realisieren lassen, die – dadurch, dass diese Wirbel an der Phasendiskontinuität fixiert sind – stabiler als herkömmliche Fluxonoszillatoren arbeiten.

Es besteht Grund zur Annahme, dass sich Ketten von vielen  $\kappa$ -Wirbeln als hochgradig kontrollierbare „plasmonische Kristalle“ verwenden lassen. In diesen Anordnungen können sich elektromagnetische Wellen (bei Frequenzen im Mikrowellenbereich) nur ausbreiten, wenn deren Frequenz in gewissen Bändern liegt. Man kann die plasmonischen Kristalle etwa als Filter einsetzen, die nur ausgewählte Frequenzen an einen Empfänger durchlassen. Im vorliegenden Fall sind diese Frequenzen überdies sehr schnell (auf Skalen von einigen 10 Pikosekunden) über weite Frequenzbereiche steuerbar. Zur Erklärung des Effekts sei zunächst angemerkt, dass sich in einem flusswirbelfreien langen Josephsonkontakt elektromagnetische Wellen entlang der Barrierenschicht frei ausbreiten können, sofern deren Frequenz einen gewissen Mindestwert (typischerweise zwischen 10 GHz und 100 GHz) überschreitet. Bringt man in den Kontakt einen  $\kappa$ -Wirbel ein, so erhält man innerhalb dieser Frequenzlücke eine scharf definierte und über den Wert von  $\kappa$  steuerbare Frequenz, bei der der  $\kappa$ -Wirbel oszillieren und an elektromagnetische Wellen ankopeln kann. Erzeugt man eine ganze Kette von  $\kappa$ -Wirbeln im Kontakt, so wird aus dieser scharfen Frequenz ein Frequenzband, das die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen erlaubt. Es entstehen überdies weitere Frequenzlücken, in denen keine Frequenzausbreitung möglich ist. Sowohl die Größe der Lücken als auch die erlaubten Frequenzbänder lassen sich in Größe und Lage über den Wert von  $\kappa$  und zusätzlich durch einen über den Kontakt fließenden Strom sehr schnell steuern.

## 5. Schrödingers Kätzchen – Quantenphysik mit Flussquanten

Für die bisherigen Überlegungen hatten wir die Quantenmechanik benötigt, um die Existenz quantisierter Flusswirbel zu verstehen. Deren Dynamik lässt sich anschließend aber im wesentlichen „klassisch“, d.h. z.B. in Analogie zur Pendelkette verstehen. Was passiert, wenn man aber Flusswirbel als „Teilchen“ auffasst und fragt, ob diese ihrerseits den Gesetzen der Quantenmechanik folgen? Quantenteilchen können beispielsweise in einer Überlagerung sich klassisch ausschließender Zustände auftreten. So kann der Eigendrehimpuls (Spin) eines Elektrons die Werte  $+\hbar/2$  und  $-\hbar/2$  annehmen. Die Quantenmechanik erlaubt aber ebenfalls die Überlagerung dieser beiden Zustände; das Elektron ist dann gleichzeitig in den beiden, sich eigentlich ausschließenden Zuständen. Erst wenn der Spin des Elektrons gemessen wird, erhält man die beiden Zustände  $+\hbar/2$  oder  $-\hbar/2$  zurück. Diese Eigenschaft hat Schrödinger in einem Gedankenexperiment überspitzt und auf makroskopische Objekte – in diesem Fall eine Katze – übertragen. Im Gedankenexperiment wird eine Katze in einen Kasten gesperrt, in der sich ein Mechanismus befindet, der mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zufällig ausgelöst wird und dann die Katze tötet. Öffnet man den Kasten, so wird man die Katze entweder tot oder lebendig vorfinden. Nach den Gesetzen der klassischen Physik ist die Katze auch vor dem Öffnen des Kastens entweder tot oder lebendig; man weiß lediglich nicht genau, welcher der beiden „Zustände“ vorliegt. Beschreibt man aber den Zustand der Katze im Kasten quantenmechanisch, so findet man die Katze in einer seltsamen Überlagerung „tot + lebendig“, die im Rahmen der klassischen Physik nicht nachvollziehbar ist. Kehren wir jetzt zu Flussquanten zurück. In Josephsonkontakten oder in supraleitenden Ringen sind die Flussquanten immerhin einige Mikrometer groß und damit im Prinzip mit bloßem Auge sichtbar. Die Wirbel werden durch Ringströme verursacht, an denen eine Vielzahl von Elektronen beteiligt sind. Zwar sind dies immer noch erheblich weniger Elektronen, als in Schrödingers Katze vorhanden sind, dennoch blicken wir hier auf eine Zahl, die

eher der klassischen Welt als der Quantenwelt zuzuordnen ist. Sind die sonderbaren Auswirkungen der Quantenmechanik nach wie vor vorhanden? Die Antwort ist ja. Man hat gezeigt, dass in supraleitenden Ringen eine Überlagerung rechtsdrehender und linksdrehender Ströme möglich ist. Man versucht, mit solchen Zuständen so genannte „Quantenbits“ oder kurz „Qubits“ zu realisieren, die der Ausgangspunkt eines zukünftigen Quantencomputers sein könnten. Mit langen Josephsonkontakten konnte gezeigt werden, dass Fluxonen eine „verbotene Zone“ – einen Potenzialwall – entsprechend der Gesetze der Quantenmechanik durchtunneln können.

Uns interessiert insbesondere, wie sich fraktionale Flusswirbel in der Quantenwelt verhalten. So kann man ein Paar von antiparallel ausgerichteten Semifluxonen betrachten. Wir gehen aus von einem Zustand „erster Wirbel linksdrehend, zweiter Wirbel rechtsdrehend“, oder in Kurznotation:  $|\uparrow\downarrow\rangle$ , wobei der erste Pfeil für das (linksdrehende) erste Semifluxon, der zweite Pfeil für das (rechtsdrehende) zweite Semifluxon steht (die Pfeilrichtung kann man als die Richtung des vom Ringstrom erzeugten Magnetfelds interpretieren). Man kann nun beispielsweise den Prozess betrachten, in dem das Paar vom Zustand  $|\uparrow\downarrow\rangle$  in den Zustand  $|\downarrow\uparrow\rangle$  übergeht und diesen quantenmechanisch beschreiben, vgl. **06**. Der Prozess sieht sehr einfach aus. Die Berechnung ist aber relativ aufwändig, da hier die endliche Ausdehnung der Semifluxonen und eventuelle Verformungen mit berücksichtigt werden müssen (auch experimentell geht man – wie bei der Realisierung supraleitender Quantenbits insgesamt – oft an die Grenzen<sup>2</sup>). Im zweiten Schritt kann man fragen, ob sich eine quantenmechanische Überlagerung der Zustände  $|\uparrow\downarrow\rangle$  und  $|\downarrow\uparrow\rangle$  realisieren lässt. Falls dies gelingt, ergibt sich eine hervorragende Möglichkeit, die Quantenphysik dieser „Schrödingerkätzchen“ zu untersuchen und vielleicht nutzbringend einzusetzen. Dasselbe gilt entsprechend für komplexere Systeme, etwa die bereits oben erwähnte Anordnung einer Kette vieler  $\kappa$ -Wirbel oder auch Anordnungen von „Molekülen“, die aus einer gewissen Zahl von  $\kappa$ -Wirbeln zusammen mit zwischen diesen Wirbeln gefangenen ganzzahligen Fluxonen bestehen. In diesem Sinne hat man mit  $\kappa$ -Wir-

<sup>2</sup>Man muss die Messungen bei ultratiefen Temperaturen im Millikelvin-Bereich durchführen; jegliche Störungen aus der Umgebung, wie etwa elektromagnetische Störsignale oder mechanische Vibrationen müssen nahezu vollständig abgeschirmt werden. Dennoch gelingt es, entsprechende Experimente zuverlässig zu betreiben.

## DIE AUTOREN



Tübingen berufen. Seitdem leitet er die Arbeitsgruppe Experimentalphysik II am Physikalischen Institut. Seine Arbeitsgebiete sind supraleitende und magnetische Schichtstrukturen.

**DIETER KÖLLE**<sup>1</sup>

(1.v.l.) studierte in Tübingen (Promotion 1992) und war anschließend an der UC Berkeley, der Universität Köln und am Forschungszentrum Jülich tätig. Seit 2001 ist er Professor für Experimentalphysik im Bereich Festkörperphysik in Tübingen. Seine aktuellen Forschungsinteressen liegen im Bereich supraleitender und magnetischer Schichtsysteme, mit Schwerpunkten auf Dünnschichttechnologie, Josephson-Kontakte, SQUIDs, nicht-lineare Dynamik und abbildende Verfahren bei tiefen Temperaturen.

**WOLFGANG SCHLEICH**<sup>2</sup>

(2.v.l.) studierte Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München und promovierte dort 1984 bei Prof. M.O. Scully. Während seiner Doktorarbeit war er an der University of New Mexico (Albuquerque). Er war Post-Doc bei Prof. J. A. Wheeler (University of Texas at Austin) und Prof. H. Walther (Max Planck Institut für Quantenoptik). Seit 1991 hat er den Lehrstuhl für Quantenphysik an der Universität Ulm inne. Seine Forschungsinteressen reichen von der Verbindung zwischen Zahlentheorie und Quantenmechanik über die Physik der kalten Atome bis hin zur Allgemeinen Relativitätstheorie.

**KARL VOGEL**<sup>2</sup>

(3.v.r) hat 1989 an der Universität Ulm bei Prof. H. Risken promoviert. Seit 1991 arbeitet er am Insitut für Quantenphysik bei Prof. W. Schleich auf dem Gebiet der theoretischen Quantenoptik.

**REINHOLD WALSER**<sup>2</sup>

(1.v.r.) hat 1995 bei Prof. P. Zoller an der Universität Innsbruck promoviert. Nach einem Post-Doc Aufenthalt in Boulder Colorado (JILA/ Universität Boulder Colorado) und einem weiteren von der Österreichischen Akademie der Wissenschaften geförderten Forschungsaufenthalt in Boulder, hat er an der Universität Ulm die Habilitation erlangt, wo er seit 2003 am Institut für Quantenphysik bei Prof. W. Schleich arbeitet.

**Kontakt**

<sup>1</sup> Physikalisches Institut & Center of Collective Quantum Phenomena, Universität Tübingen  
Auf der Morgenstelle 14, 72076 Tübingen, Tel.: 07071/29-76273, Fax: 07071/29-5406  
E-Mail: reinhold.kleiner@uni-tuebingen.de

<sup>2</sup> Institut für Quantenphysik, Universität Ulm  
Albert-Einstein-Allee 11, 89069 Ulm, Tel.: 0731/50-23080, Fax: 0731/50-23086  
E-Mail: Wolfgang.Schleich@uni-ulm.de

**EDWARD GOLDOBIN**<sup>1</sup>

(2.v.r.) hat 1997 in Moskau promoviert. Nach Aufenthalten am Forschungszentrum Jülich bzw. als Senior Scientist bei der Oxzel GmbH (Bremen) ist er seit 2002 als wissenschaftlicher Assistent am Physikalischen Institut der Universität Tübingen bei Prof. R. Kleiner und Prof. D. Kölle tätig.

**REINHOLD KLEINER**<sup>1</sup>

(3.v.l.) hat 1992 bei Prof. K. Andres am Walther-Meissner Institut in Garching promoviert. Nach einem Aufenthalt an der University of California in Berkeley (Prof. John Clarke) hat er sich 1997 in Erlangen auf dem Gebiet der Supraleitung habilitiert und wurde 2000 nach

beln und Fluxonen einen Baukasten zur Verfügung, um neuartige Formen von Quantenmaterie herzustellen und zu kontrollieren. Die damit verbundenen Fragestellungen werden im Teilprojekt A5 des Transregio 21 „Control of Quantum Correlations in Tailored Matter“ untersucht.

## 6. Ausblick

Die Physik fraktionaler Flusswirbel verspricht, sehr reichhaltig zu werden. Man kann in den nächsten Jahren eine Vielzahl interessanter Ergebnisse erwarten. Bereits jetzt ist aber abzusehen, dass die Grenzen

an Vielfältigkeit noch nicht erreicht sind. So erwartet man, dass sich in einem Josephsonkontakt, der aus in rascher Folge abwechselnden Segmenten  $0-\pi-0-\pi-0-\pi\dots$  besteht, frei bewegliche Flusswirbelpaare entstehen, die fraktionales Fluss tragen und paarweise den Gesamtfluss  $\Phi_0$  besitzen. Eine faszinierende Perspektive besteht darin, fraktionale Wirbel in Bose-Einstein-Kondensaten zu erzeugen. Wenn dies gelingt, wäre eine weitere Brücke zwischen der Physik kalter Gase und der Festkörperphysik geschaffen. •

*E. Goldobin, R. Kleiner, D. Kölle,  
W. Schleich, K. Vogel, R. Walser*