

6.3 Das statische Magnetfeld

6.3.1 Qualitatives

Ein Magnetfeld ist ein *von bewegten elektrischen Ladungen* (Strömen) erzeugtes Feld, das *Kraftwirkungen* zwischen den elektrischen Strömen vermittelt. Über die Kraftwirkung zwischen magnetischem Material wurde der natürliche Magnetismus am Mineral Magnetit (Fe_2O_3) entdeckt. Thales (*625, †547) schreibt dem „Stein aus Magnesia“, dem Magneten, eine anziehenden „Seele“ zu, Aristoteles (*384, †322) nimmt an, der Magnet übermittle seine Kraft auf die Luft seiner Umgebung. Wir wissen heute, daß die vom Magnetismus ausgehenden Wirkungen an keinen materiellen Träger gebunden sind: Sie werden auch im Vakuum durch das *magnetische Feld* vermittelt, das durch die magnetische Feldstärke \vec{H} und die magnetische Induktion \vec{B} beschrieben wird.

Allerdings ist Ursache für das magnetische Feld weniger anschaulich als die für das elektrische.

- Das elektrische Feld \vec{E} geht von *einzelnen Ladungen* aus und ist mit diesen über den elektrischen Fluß verknüpft: Der Satz von Gauß-Ostrogradski besagt, daß die Bilanz der Feldlinien, die aus einem beliebig großen Volumenelement austreten, gerade die Anzahl der umschlossenen Ladungsträger angibt. Bezieht man die Ladungsträger aus einem polarisierten Medium mit ein, dann gilt dieses auch für die Bilanz der dielektrischen Verschiebung \vec{D} , der Summe aus der Feldstärke \vec{E} und der Polarisierung \vec{P} des Mediums.
- Die äquivalenten Größen im magnetischen Feld sind die magnetische Feldstärke \vec{H} und die magnetische Induktion \vec{B} . Analog zur dielektrischen Verschiebung \vec{D} beschreibt \vec{B} die „magnetische Induktion“, das ist die Summe aus dem Feld \vec{H} und die von diesem hervorgerufene Magnetisierung \vec{M} eines im Feld befindlichen Mediums. Jetzt kommt aber der Unterschied: Die Bilanz der Feldlinien, die aus einem beliebig großen Volumenelement austreten, ist für die magnetische Feldstärke und Induktion immer Null! Das heißt, es gibt *keine magnetischen Einzelladungen*. Die magnetischen Ladungen gibt es nur *paarweise*, als *Dipole*. In jedem noch so kleinen Volumenelement gibt es zu jedem Nordpol auch einen Südpol, so daß sich die Summe der Feldlinien, die von beiden Polen aus dem Volumenelement austreten, immer zu Null ergänzen.

Die theoretische Grundlage der Elektrodynamik sind die vier *Maxwellschen Gleichungen*. Sie formulieren mathematisch die Zusammenhänge zwischen den Orts- und Zeit- abhängigen elektrischen und magnetischen Feldern untereinander und ihre Abhängigkeit vom Ort und Betrag bewegter und ruhender Ladungen. Im Gegensatz zu Gleichungen, die mit Grundkenntnissen nach den Unbekannten aufzulösen sind, gibt es für die Maxwellschen Gleichungen unendlich viele Lösungen, wenn keine weitere Information über die Geometrie der Anordnung und zu den Werten einiger Größen zu einer bestimmten Zeit berücksichtigt wird. Diese Lösungsmannigfaltigkeit entspricht der Vielzahl der elektrischen Erscheinungen in der Natur, die von Röntgenstrahlung kosmischen Ursprungs, erzeugt bei der Beschleunigung geladener Materie durch ein Gravitationszentrum, bis zu den elektrischen Potentialen an den Membranen der Nervenzellen unseres Körpers reicht.

Einfach auflösbar sind die Gleichungen für einige Konfigurationen hoher Symmetrie. Auf diese Weise folgt z. B. die magnetischen Feldstärke als Funktion vom Abstand zu einem geraden, langen stromdurchflossenen Draht.

Versuch 1 Zwei Kompaßnadeln. Vergleich zur Elektrostatik:

- Ungleichnamige Pole ziehen sich an
- Gleichnamige stoßen sich ab.

6.3.1.1 Die Magnetisierung

Versuch 2 Magnetische Influenz: Weicheisen mit und ohne Magnet. Magnet zieht Büroklammer an.

Analog zur elektrischen Polarisierung gibt es die *Magnetisierung* von Stoffen. Bringt man Eisen in ein Magnetfeld, dann wird es selbst zum Magneten, d.h. es erzeugt selbst ein Magnetfeld. Entfernt man den Magneten, dann verliert auch das Eisen seinen Magnetismus bis auf einen Rest, den „remanenten Magnetismus“. „Weichmagnetische“ Metalle entmagnetisieren sich weitgehend. Solche sind in Transformatoren, Motoren und Generatoren erforderlich, wo ständig ummagnetisiert wird. Magnetisch „hartes“ Material behält seine Magnetisierung bei, es wird für Permanentmagnete und zur Informationsspeicherung auf Magnetbändern und Magnetplatten eingesetzt.

6.3.1.2 Magnetische Feldlinien

Versuch 3 Magnetische Feldlinien. Teilung eines Magneten

Auf einer Glasplatte liegen Eisenfeilspäne. Unterschiedliche Magnete unter der Platte erzeugen auf der Platte die entsprechenden Feldlinienbilder. Man erkennt, daß die Feldlinien außer- und innerhalb des Materials immer *geschlossene Ringe* bilden. Wird von einem Pol eines langen magnetischen Drahtes, etwa dem Nordpol, ein Stück abgewickelt, dann wird daraus wieder ein Magnet mit Nord und Südpol, also ein magnetischer *Dipol*.

6.3.1.3 Abschirmung von Magnetfeldern

Versuch 4 Abschirmung von Magnetfeldern. In das Innere eines Hufeisenmagneten wird ein Eisen- und ein Messingring gelegt

Eisenring:	Inneres weitgehend ohne Feld
Messingring:	Feld greift nach innen durch

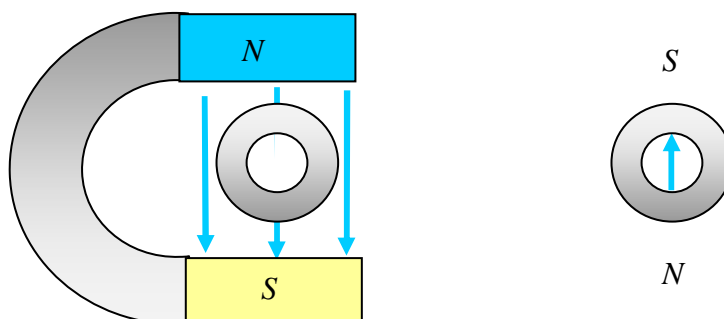


Abbildung 1 Links: Eisenring im Feld eines Hufeisenmagneten. Rechts: Feldstärke im magnetisierten Ring. Die Pfeile zeigen die Richtung der magnetischen Feldstärke. Links ist das Innere des Rings annähernd feldfrei, weil sich die entgegengerichteten Feldstärken im Hufeisenmagneten und im Ring vektoriell additiv überlagern.

Im Gegensatz zur elektrischen Abschirmung, zu der ein elektrisch leitendes Gitter oder eine leitende Folie genügt, steigt die Wirkung der magnetischen Abschirmung mit der Materialstärke. Die magnetische Abschirmung beruht auf einem zum äußeren entgegengerichteten Feld im Innern eines magnetisierbaren Materials, das sich mit dem äußeren Feld zu Null addiert. Bei zu dünnem Material genügt die Magnetisierung nicht, um die äußere Feldstärke zu kompensieren. Man erkennt schon hier, daß es eine der elektrischen Leitung entsprechende „magnetische Leitung“ nicht gibt. Im Gegensatz zur Elektrostatik, wo mit genügend hoher Spannung beliebig viele Ladungsträger auf einen Leiter gebracht werden, können im magnetisierbaren Material nur die dort schon vorhandenen Dipole ausgerichtet werden.

6.3.2 Von Strömen erzeugte Magnetfelder

(Oerstedt, 1809)

Versuch 5 Die Magnetfelder unterschiedlicher stromdurchflossener Leiterkonfigurationen werden mit Eisenfeilspänen sichtbar gemacht.

- Zwei parallele Leiter, Strom gleichsinnig
- Zwei parallele Leiter, Strom gegensinnig
- Kurze Spule
- Lange Spule (s.u.)
- Toroid-Spule (s.u.)

Man erkennt:

- Der Leiter ist von geschlossenen, konzentrischen Feldlinien umgeben
- Strom- und Feldrichtung bilden eine Rechtsschraube, das positive Feld zeigt vom Nord- zum Südpol

6.3.2.1 Das Ampèresche Durchflutungsgesetz

Das Ampèresche Durchflutungsgesetz erhält man bei Integration des B-Feldes entlang eines geschlossenen Kreises. Ein Integral dieser Art ist ein „Wegintegral“. Das Wegintegral über \vec{B} addiert Anteile $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ entlang eines Weges auf.

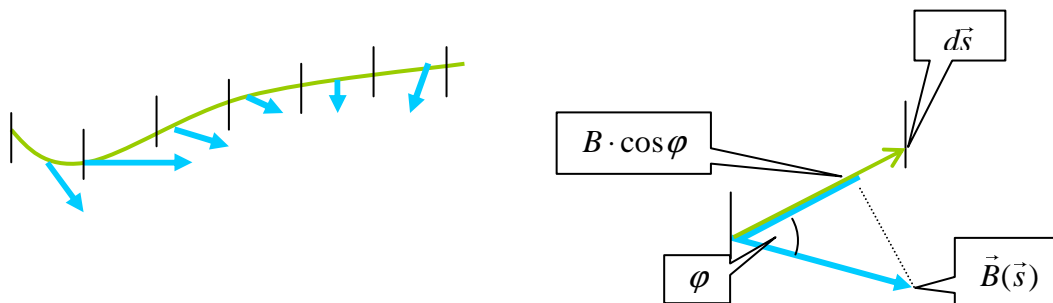


Abbildung 2 Weg s mit ortsabhängiger Feldstärke $\vec{B}(\vec{s})$, aufgeteilt in Wegelemente $d\vec{s}$. Vergrößert: Berechnung der Arbeit $\vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot ds \cdot \cos \varphi$, des Beitrags eines einzelnen Wegelements zum Wegintegral.

Weil die Feldstärke aber die Kraft auf eine fiktive „Ladung“ von Betrag 1 angibt, ist $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ vom Typ Kraft mal Weg, also eine Arbeit. Das Wegintegral zeigt somit die Arbeit um die fiktive „magnetische Ladung vom Betrag 1“ entlang des gewählten Weges zu führen.

Dieses Integral zeigt die charakteristische Eigenschaft statischer magnetischer Felder: Sein Wert entspricht dem Strom, der eine vom Weg umschlossene Fläche durchdringt.

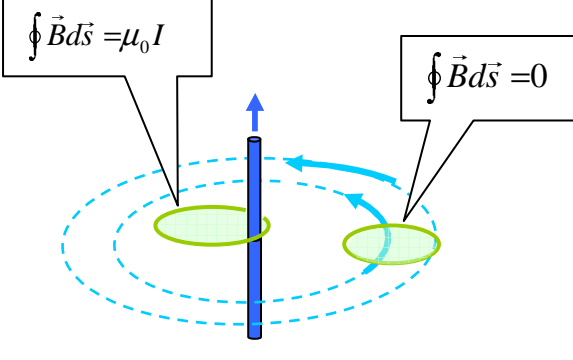
$\oint \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 I$	<p>Ampèresches Durchflutungsgesetz: Das Wegintegral über die magnetische Feldstärke entlang eines geschlossenen Wegs zeigt den Strom, der eine von diesem Weg umschlossene Fläche durchdringt.</p>
	<p>Beispiel: Stromdurchflossenes Leiterstück in der Mitte, zwei unterschiedliche Integrationswege: Das Integral zeichnet den Weg aus, der den Strom umfasst.</p>
$[B] = 1 \text{ T (Tesla)} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$	<p>Die Dimension der magnetischen Feldstärke ist Tesla, früher Gauß, $1 \text{ Gauß} = 10^{-4} \text{ Tesla}$ (Erdmagnetfeld am Äquator ca. 0,4, am Nordpol 0,8 Gauß)</p>

Tabelle 1 Das Ampèresche Durchflutungsgesetz

Mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes kann unmittelbar das Magnetfeld eines geraden Leiters berechnet werden:

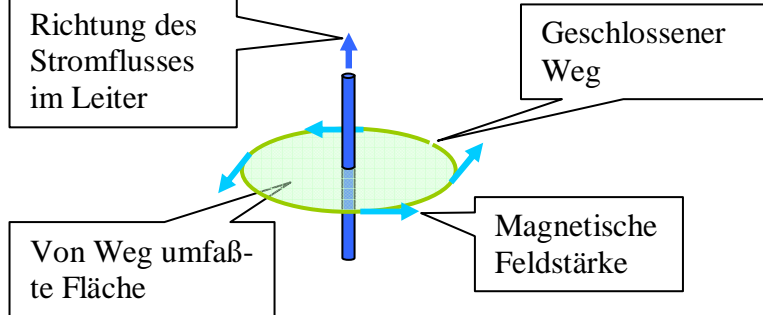
	<p>Ampèresches Durchflutungsgesetz:</p> <p>Die Anordnung ist symmetrisch um die Stromrichtung, deshalb ist die Feldstärke entlang des Kreiswegs konstant.</p>
$\oint \vec{B} d\vec{s} = B \cdot \oint_{\text{Kreis}} d\vec{s} = B \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \mu_0 I$	
$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$	<p>Aufgelöst nach B: Die magnetische Feldstärke ist proportional zum Strom I und nimmt mit zunehmender Entfernung vom Draht mit $1/r$ ab.</p>

Tabelle 2 Magnetfeld eines geraden stromdurchflossenen Leiters

Das Durchflutungsgesetz gilt für beliebige geschlossene Wege und beliebige, von den Wegen umrandete Flächen. Obwohl das Wegintegral ungleich Null ist, kann bei einem magnetischen Feld keine Arbeit gewonnen werden: Was der Nordpol bei Überführung entlang eines geschlossenen Weges gewinnt, geht durch den notwendigerweise mitgeführten Südpol verloren.

6.3.2.2 Das Magnetfeld einer gestreckten Spule (Solenoid)

Überlagert man die kreisförmigen Feldlinien der einzelnen Drähte einer gestreckten stromdurchflossenen Spule, dann ergibt sich im Innern ein *starkes homogenes Feld*.

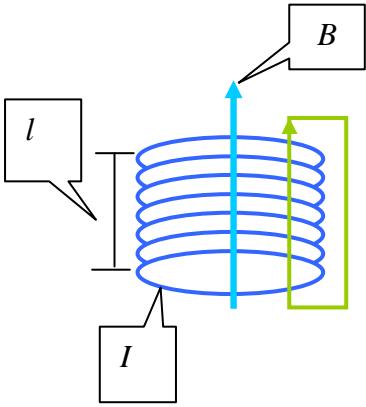
	$\oint_{\text{Rechteck}} \vec{B} d\vec{s} = B \cdot l = \mu_0 \cdot n \cdot I$ <p>Berechnung mit dem Ampèreschen Durchflutungsgesetz: Die Integration über das Rechteck umfaßt n Leiterschleifen, also den Strom $n \cdot I$. Das Integral liefert nur im Innern der Spule den Wert $B \cdot l$, im Außenraum ist das Feld vernachlässigbar klein, die Beiträge der Streufelder an den Rändern (waagrechte Wegstücke) heben sich auf</p>
$B = \frac{\mu_0 \cdot n}{l} \cdot I$	<p>Konstante Feldstärke überall im Innern der Spule, in Richtung der Spulenachse</p>

Tabelle 3 Magnetische Feldstärke einer Spule

Von außen erscheint eine solche Spule als Dipol mit Nord und Südpol. Geschlossene Feldlinien entstehen durch das *Streufeld* im Außenraum, indem die im Inneren parallel verlaufenden Feldlinien außen in weiten Bögen vom Nordpol zum Südpol zurückführen. Bei langen Spulen wird die das Feldstärke außen vernachlässigbar klein, allerdings gibt es an ihren beiden Enden immer eine sehr inhomogene Feldverteilung, wenn die parallel verlaufenden Feldlinien aus dem inneren nach allen Richtungen auffächern.

6.3.2.3 Die Toroid-Spule

Windet man die gestreckte Spule zu einem Ring, dann wird daraus eine Toroid-Spule. Alle Feldlinien sind schon im Inneren des Toroids geschlossen, darum gibt es bei dieser Spule -im Gegensatz zur gestreckten- außen kein Streufeld. Das ringförmige Magnetfeld ist also ganz im Innern eingeschlossen. (Abbildung in http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_3A_Toroid.DOC)

6.3.3 Kräfte auf Ströme im Magnetfeld- Die Lorentzkraft

Die Feldstärke eines statischen magnetischen Feldes zeigt sich als Kraftwirkung auf einen Pol eines magnetischen Körpers, analog zu den Kräften auf Ladungen im elektrischen oder auf Kräfte auf Massen im Gravitationsfeld. Mit der Lorentzkraft erscheint eine Eigenschaft, ohne Analogie im elektrischen oder im Gravitationsfeld ist: Auf eine in einem Magnetfeld \vec{B} mit Geschwindigkeit \vec{v} bewegte Ladung q , also auf Ströme, wirkt die „Lorentzkraft“:

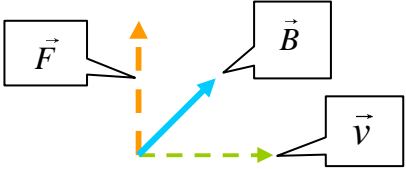
$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$	Die Lorentzkraft steht senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes und senkrecht zur Richtung der Bewegung, also der Geschwindigkeit.
	Das Vektorprodukt zeigt Richtung und Größe der Kraft (orange) bei gegebener Feldrichtung (blau) und Geschwindigkeit (grün).

Tabelle 4 Definition der Lorentzkraft

Versuch 6 Fadenstrahlrohr, die Wirkung der Lorentzkraft auf die Bahn frei fliegender Elektronen wird im „Fadenstrahlrohr“ sichtbar.

Ein von zwei Ringspulen erzeugtes homogenes Magnetfeld durchquert einen evakuierten Glaszylinder. Eine Glühkathode im Zylinder emittiert Elektronen, die durch ein elektrisches Feld senkrecht zur Magnetfeldrichtung beschleunigt werden. Die immer senkrecht zur Flugrichtung weisende Lorentzkraft lenkt die Elektronen auf eine Kreisbahn, deren Radius sich so einstellt, daß die Lorentzkraft die Zentrifugalkraft – die ja auch senkrecht zur Flugbahn wirkt – kompensiert.

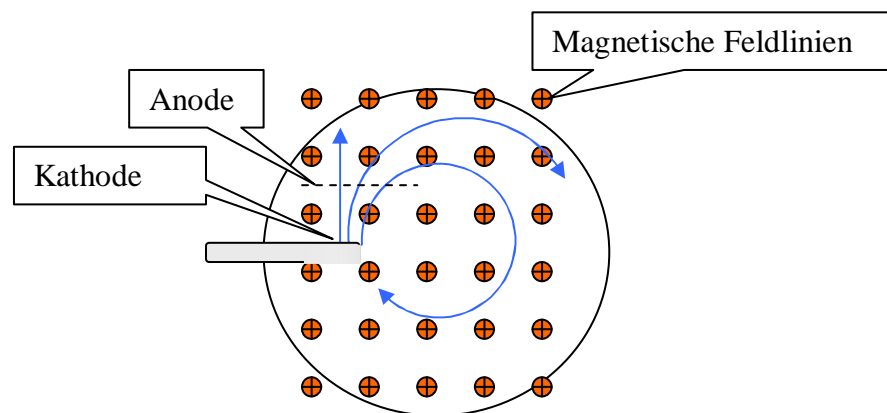


Abbildung 3 Fadenstrahlrohr. Senkrechter Elektronenstrahl: Kein Magnetfeld. Unterschiedliche Kreisbahnen entsprechen unterschiedlichen \sqrt{U} / B Verhältnissen (http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_3A_Bahnradius.DOC)

Mit Hilfe der Lorentzkraft können im Vakuum fliegende Elektronen auf Bahnen geführt werden, auf diese Weise werden Elektronen zur Erzeugung des Bildpunkts auf den Leuchtstoff in Fernseh-Bildröhren und Monitoren gelenkt. Ebenso werden hochbeschleunigte geladene Teilchen auf geschlossenen Bahnen in Teilchenbeschleunigern gehalten, z. B. Elektronen im Synchrotron (Abbildung des Synchrotrons ESRF in Grenoble: http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_3A_Synchrotron.DOC)

6.3.3.1 Kräfte auf stromdurchflossene Leiter und das Biot-Savart Gesetz

Versuch 7 Kraft auf stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld

- Die Windungen einer Seite einer Rechteckspule liegen zwischen den Polen eines Permanentmagneten. Wenn ein Strom durch die Rechteckspule fließt, dann wird ihre im Feld des Permanentmagneten befindliche Seite *senkrecht zur Feld und zur Stromrichtung* ausgelenkt. Die auslenkende Kraft wird mit einer Waage gemessen. Man erkennt, die Kraft ist *proportional zum Strom* durch den Leiter.
- Ein leitendes Band befindet sich im magnetischen Feld eines zweiten, dazu parallel liegenden stromdurchflossenen Bandes. Bei paralleler Stromrichtung ziehen sich die Bänder an, bei gegenläufiger stoßen sie sich ab.

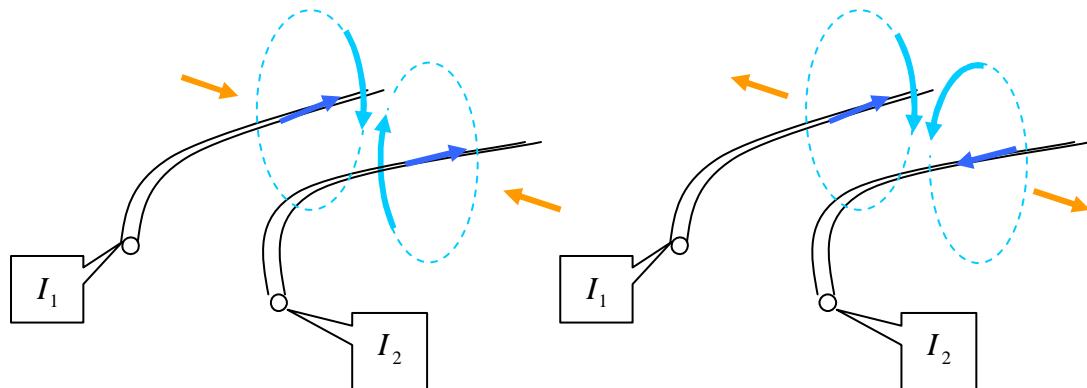


Abbildung 4 Kräfte auf stromdurchflossene Leiter (Strom blau). Die Kreise zeigen die Feldlinien und die Feldstärke (himmelblau), die Pfeile (orange) die Richtung der Kräfte auf die Leiter.

Die Kraftwirkung auf einen Magneten durch die magnetische Induktion B kann analog zum Coulomb-Gesetz formuliert werden. Die elektrischen Ladungen werden dazu durch vom Strom durchflossene Leiterstücke ersetzt. Die Richtung der Kraft, die sowohl senkrecht zum Feld als auch zur Richtung des Stromflusses steht, wird durch das *Vektorprodukt* (vgl. Mathematische Hilfsmittel) ausgedrückt.

$d^2 \vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{e}_r)}{r^2}$	<p>Kraft, die zwei kurze, stromdurchflossene Leiterstücke durch ihre magnetische Wechselwirkung aufeinander ausüben, entspricht formal der Coulomb-Kraft für ruhende Ladungen: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$</p>
	<p>Ein kurzes, stromdurchflossenes Leiterstück $I \cdot d\vec{l}$ entspricht der skalaren elektrischen Ladung im Coulombgesetz, \vec{e}_r ist der Einheitsvektor in Richtung des zweiten Leiterstücks, r der Abstand zwischen ihnen.</p>

Tabelle 5 Kraft auf zwei stromdurchflossene Leiterstücke

Die Analogie zum Coulomb-Gesetz gilt bei dem magnetischen Kraftgesetz nur für zwei *kurze* Leiterstücke. Deren Beitrag zur Gesamtkraft wird deshalb als Differential $d^2\vec{F}$ angegeben, entsprechend dem sehr kleinen Anteil 2. Ordnung an der Gesamtkraft \vec{F} für zwei endlich lange Leiter. Letztere erhält man durch Integration über dl_1 und dl_2 , dann ist allerdings die formale Analogie zum Coulomb-Gesetz verloren.

Aus diesem Kraft Ansatz folgt das „Biot-Savart“ Gesetz. Das Magnetfeld eines Kreisstroms lässt sich damit besonders leicht berechnen, es bietet eine Alternative zur Berechnung mit dem Ampèreschen Durchflutungsgesetz.

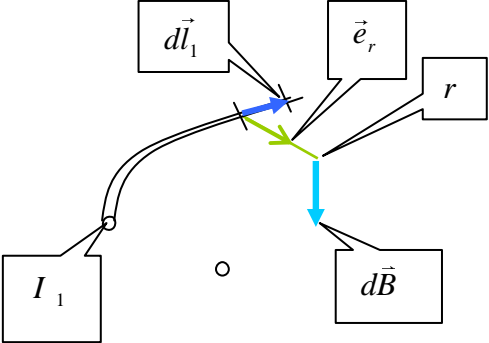
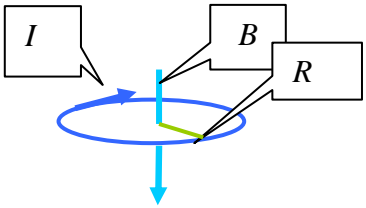
$d^2\vec{F} = I_2 d\vec{l}_2 \cdot d\vec{B}$	<p>Kraft auf das Leiterstück $d\vec{l}_2$ durch Wirkung des vom Leiterstücks $d\vec{l}_1$ erzeugten Feldes $d\vec{B}$. (Analog zu $\vec{F} = q_2 \cdot \vec{E}$ für ruhende Ladungen)</p>
$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{e}_r}{r^2}$	
	<p>Das „Biot-Savart“ Gesetz beschreibt den Beitrag eines kurzen Stückes eines Stromdurchflossenen Leiters zur magnetischen Feldstärke B am Ort $\vec{r} = r \cdot \vec{e}_r$</p>
	<p>Anwendung: Die magnetische Feldstärke in der Achse eines konstanten Kreisstroms I. Weil \vec{e}_r immer senkrecht zu $d\vec{l}$ steht, ergibt sich das Integral zu:</p> $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{1}{R^2} \cdot I \cdot dl = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}$ <p>B nimmt mit zunehmendem Durchmesser der Schleife ab.</p>

Tabelle 6 Das Biot-Savart Gesetz und die magnetische Feldstärke eines Kreisstroms.

6.3.3.2 Kraft auf Dipole

Alle magnetischen Kraftwirkungen lassen sich mit Dipolen beschreiben. Aufgrund des Drehmoments auf die Dipole ordnen sich Eisenfeilspäne oder Nadeln längs der Feldrichtung an. Die Anziehungskraft zwischen einer stromdurchflossenen Spule und einem magnetisierbaren Material beruht auf der Wirkung des Streufelds an ihren Enden: Das magnetisierte Material

erscheint als Dipol, dessen beide Enden in Feldern unterschiedlicher Stärke liegen. Die Kräfte im inhomogenen Streufeld „ziehen“ magnetisierbares Material in Richtung des anwachsenden Magnetfelds.

Homogenes Magnetfeld	
	Auf magnetisierbares Material, das im Feld als magnetischer Dipol erscheint, wirkt ein Drehmoment, das senkrecht zur Feldrichtung und zur Richtung des Dipols steht
$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$	Drehmoment
\vec{m}	Magnetisches Dipolmoment
	Ein Kreisstrom erzeugt ein magnetisches Dipolfeld. Sein Dipolmoment (schwarz, in Richtung der Flächennormalen) erzeugt in einem äußeren Feld ein Drehmoment auf die Strombahn.
$\vec{m} = I \cdot \vec{A}$	Magnetisches Moment eines Kreisstroms
I, \vec{A}	I Stromstärke, \vec{A} Vektor mit Betrag der vom Strom umflossenen Fläche in Richtung der Flächennormalen
Inhomogenes Magnetfeld	
	Im inhomogenen Feld liegt ein Ende des Dipols in einem stärkeren Feld als das entgegengesetzte: Es resultiert eine anziehende oder abstoßende Kraft auf den Körper

Tabelle 7 Kraftwirkung auf Dipole. Magnetische Feldstärke: hellblau, Strom: blau, Kraft: orange punktiert, Drehmoment: grün punktiert. (vgl. (http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_3A_Drehmoment.DOC))

Im elektrostatischen Feld zeigen nur *Dielektrika* Dipolcharakter und Drehmomente und Kräfte analog zu Magneten. *Metallische Leiter* verändern den Feldverlauf so, daß auf ihnen die Feldlinien senkrecht enden: In keinem Fall resultiert eine drehend oder verschiebend wirkende Kraft. Deshalb können elektrische Feldlinien nicht durch Eisenfeilspäne, sondern durch polarisierbares Öl mit Grießkörnern angezeigt werden.

Leiter im elektrostatischen Feld	
	Die elektrischen Feldlinien enden senkrecht auf der Oberfläche: Es gibt kein resultierendes Moment.

Tabelle 8 Zum Vergleich: Kraftwirkung auf elektrische Leiter im elektrostatischen Feld

6.3.3.3 Das Magnetfeld der Erde

Versuch 8 Messung der Inklination mit einer Tangentenbussole

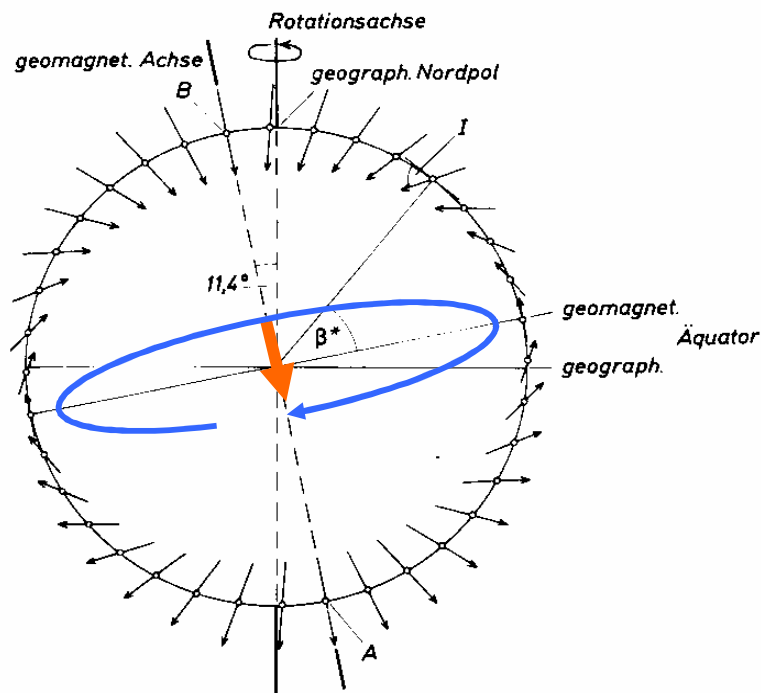


Abbildung 5 Die Erde zeigt das Feld eines magnetischen Dipols (roter Pfeil), der wahrscheinlich von im Erdinnern umlaufenden Strömen erzeugt wird (blau) (Bild aus Meyers Enzyklopädischem Lexikon)

Dieser Versuch weist auf die Verteilung Feldlinien des Magnetfelds der Erde. Dieses wird wahrscheinlich durch elektrische Ströme im äußeren Erdkern dicht am Mantel erzeugt. Die Ströme werden durch Konvektionsströmungen von Materie im Erdinnern mit Strömungsgeschwindigkeit von ca. 180 km/h induziert, vergleichbar zur Wirkungsweise eines Dynamos mit Selbsterregung, an Stelle des Ankers treten die turbulente Strömungen im Erdkern.

6.3.3.4 Elektrische Maschinen

Die Kraftwirkung zwischen Magnetfeldern ist die Grundlage aller elektrischer Maschinen. Die Robustheit des physikalischen Effekts – gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an – erlaubt zahlreiche unterschiedliche technische Ausführungen für Elektromotoren. Damit diese Maschinen stetig laufen, muß die Stromrichtung im Läufer („Anker“) bei Änderung seiner Stellung bezüglich des zum äußeren Feldes nachgestellt werden. Dazu gibt es unterschiedliche Lösungen:

- Klassisch ist der Kollektor, bei dem durch geeignete Unterteilung eines Schleifrings auf dem Läufer die Stromrichtung bei jeder Umdrehung passend umgepolt wird. Damit laufen in Gleich- und Wechselstrommotoren für viele Anwendungen zur Krafterzeugung oder im Betrieb des Motors als Generator.
- Die Ansteuerung der Stromrichtung wird von außen, rechnergesteuert, vorgenommen: Im *Schrittmotor* z.B. ist der Permanentmagnet der Läufer, außen wird durch Spulen ein Magnetfeld erzeugt, dem der Läufer folgt. Im Stand bleiben die äußeren Spulen unter Strom, so daß der Motor in einer *bestimmten Position festgehalten* wird. Dementsprechend werden diese Motoren vor allem für Positionieraufgaben eingesetzt, z. B. zur Ansteuerung der Lese- und Schreibköpfe von Magnetplatten.

- In der Wechselstrom- und Drehstromtechnik gibt es Dreh- und Wirbelstrommotoren ohne Kollektor, in denen das äußere Magnetfeld durch Spulen erzeugt wird. Durch geeignete Anordnung der Wicklungen wird erreicht, daß die sich periodisch ändernde Versorgungsspannung ein magnetisches Drehfeld erzeugt, dem der Läufer folgt.

Das Prinzip eines Motors ist an einer Leiterschleife im Magnetfeld eines Permanentmagneten gut zu erkennen:

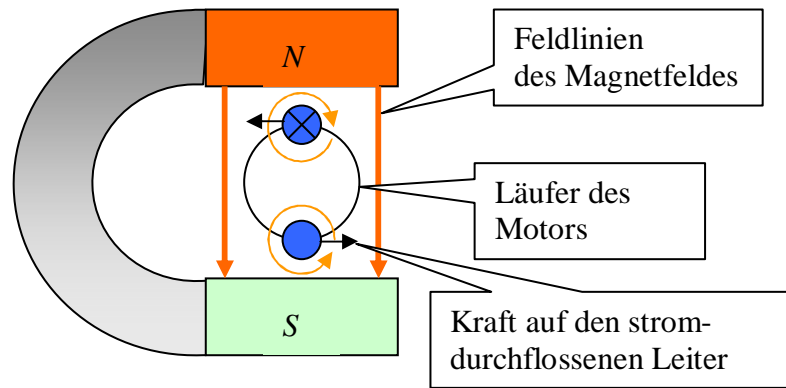


Abbildung 6 Prinzip eines Elektromotors. Die kreisförmigen Feldlinien werden von den stromdurchflossenen Leitern erzeugt.

Versuch 9 Elektromotor mit verstellbarem Kollektor

6.3.3.5 Meßinstrumente

Die Wechselwirkung zwischen Magnetfeldern dient in Instrumenten zur Messung des elektrischen Stroms. Man nützt dazu u. a. den Effekt, daß Weicheisen in ein Magnetfeld gezogen wird, ähnlich wie das Feld eines Kondensators ein Dielektrikum anzieht. In beiden Fällen gewinnt das System Energie, wenn sich die im Freien verlaufenden Feldlinien verkürzen. Beim Magneten versucht das Feld deshalb, die Pole zusammenzubiegen. Die Verkürzung der im Freien verlaufenden Feldlinien wird aber auch durch Einführen eines Blocks aus Weicheisen erreicht, der aus dem inhomogenen Streufeld in das Feld gezogen wird.

Versuch 10 Weicheisen wird in das Magnetfeld gezogen:

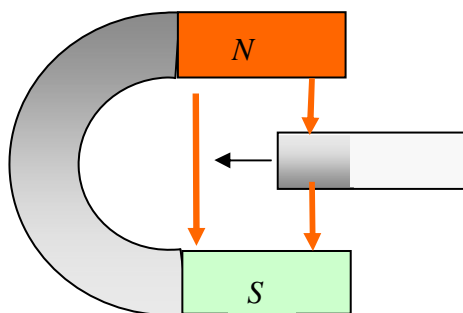


Abbildung 7 Weicheisen wird in das Magnetfeld eines Hufeisenmagneten gezogen. Der schwarze Pfeil zeigt die Richtung der Kraft.

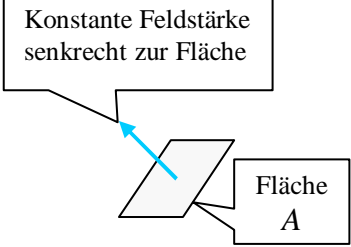
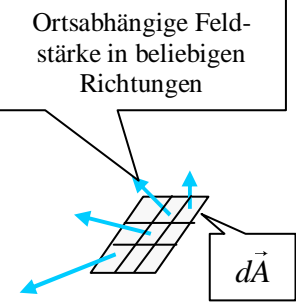
Versuch 11 Meßinstrumente:

- Das Magnetfeld im Stator wird von einem Permanentmagneten erzeugt. Der Läufer, stromdurchflossen, erzeugt das Meßfeld
- Feld im Stator wird durch eine Spule erzeugt, Stator und Läufer sind also stromdurchflossen.
- Nur der Stator ist stromdurchflossen, der Läufer besteht aus Weicheisen und wird ins Feld gezogen.

Die Instrumente b) und c) sind zur Messung von Gleich- und Wechselstrom geeignet, a) nur für Gleichstrom.

6.3.4 Der magnetische Fluß

Analog zum elektrischen Fluß (vgl. (http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_1Feld.DOC)) definiert man den magnetischen Fluß.

	Konstante Feldstärke B senkrecht zur Fläche mit Bertag A	Beliebige Feldstärken in beliebigen Richtungen
Geometrische Anordnung von Feldstärke und Fläche		
Magnetischer Fluß	$\Phi = A \cdot B$	$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Die Formulierung der Flüsse als Feldeigenschaften ermöglicht die in den Maxwell'schen Gleichungen dargestellte Formulierung der Eigenschaften von magnetischen und elektrischen Feldern. Besonders wichtig werden sie bei der Darstellung des Zusammenspiels von magnetischen und elektrischen Feldern, das sich im Induktionsgesetz und bei den Eigenschaften elektromagnetischer Wellen zeigen wird. Beide Effekte betreffen den Transport elektrischer Energie, allerdings ohne materielle Träger.

6.3.4.1 Die vier Maxwell'schen Gleichungen für zeitlich konstante Felder

Die Eigenschaften von elektrischen und magnetischen Feldern können entweder in der Umgangssprache oder mathematisch formuliert werden. Die erste Form ist Voraussetzung für das Verständnis. Zur Berechnung von quantitativen Zusammenhängen zwischen Ladungen, Strömen und Feldstärken dient die mathematische Formulierung. Explizit lösbar sind sie für einige Anordnungen von Ladungen und Strömen mit hoher Symmetrie.

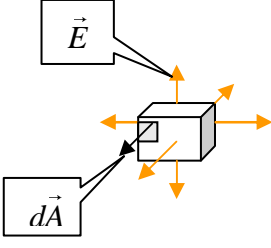
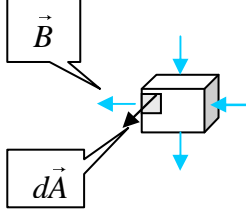
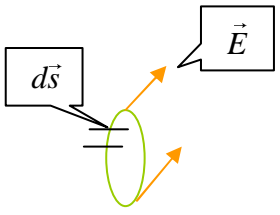
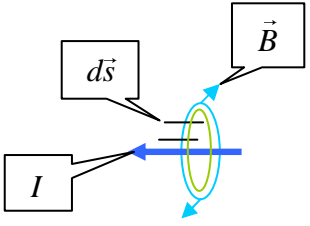
Für elektrische Felder gilt der Satz von Gauß-Ostrogradski: „Ladungen sind die Quellen des elektrischen Feldes“	Für magnetische Felder ist das entsprechende Integral immer Null: „Es gibt keine magnetischen Einzelladungen“
$\Phi = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$	$\Phi = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$
	
„In elektrostatischen Feldern ist die Überführungsarbeit entlang geschlossenen Wegen immer Null“	Ampèresches Durchflutungsgesetz „Ströme sind die Quellen des magnetischen Feldes“
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$
	

Tabelle 9 Die Maxwellschen Gleichungen für die Elektro- und Magnetostatik: Elektrische Feldstärken orange, Magnetische Feldlinien und Feldstärken himmelblau, Strom blau, Überführungsweg: grün

Die beiden Gleichungen in der ersten Zeile betreffen die Bilanz der zu und von einem Kasten fließenden Flüsse. In der Magnetik ist sie immer Null, weil es keine magnetischen Einzelladungen gibt. Dagegen ist die Bilanz des elektrischen Flusses proportional zur Ladung im Kasten. Sie ist nur dann Null, wenn es keine Ladung im Kasten gibt. Die zweite Zeile zeigt, daß man elektrostatischen Feldern Potentiale zuordnen kann, weil die Überführungsarbeit entlang eines geschlossenen Wegs Null ist. Für magnetische Felder wird gezeigt, daß jeder elektrische Strom von einem kreisförmigen Magnetfeld umgeben ist, das zur Stromstärke proportional ist.

6.3.5 Zusammenfassung analoger Begriffe aus der Elektro- und Magneto- statik

Begriff	Elektrostatik	Magnetismus
Ladung	Ladung q [q] = 1C	Strom I durch ein Leiterstück der Länge dl : Vektor $I \cdot d\vec{l}$
Feldstärke	E [E] = $1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$	B [B] = 1 T (Tesla) = $1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
Dipolmoment	$q \cdot \vec{l}$	$I \cdot \vec{A}$
Konstanten	<i>Elektrische Feldkonstante</i>	<i>Maßsystemskonstante</i>
	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Nm}^2}$	$\mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$
Kraftgesetz zwischen Punktladungen bzw. Leiterstücken	$\vec{F} = \frac{q \cdot Q \cdot \vec{e}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	$d^2 \vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{e}_r)}{r^2}$
Von einer Punktladung bzw. einem Leiterstück erzeugte Feldstärke	Coulomb-Gesetz	Gesetz von Biot-Savart
	$\vec{E} = \frac{Q \cdot \vec{e}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$

Tabelle 10 Vergleich entsprechender Begriffe aus der Elektrostatik und dem Magnetismus