

6.4 Induktion, Wechselstrom

Michael Faraday (*22. September 1791, †25. August 1867), zuerst als Buchbinder tätig, Autodidakt und deshalb nahezu ohne formale Ausbildung, ab 1827 Professor der Chemie und der Physik, entdeckte 1831 die von ihm schon lange vermutete Umkehrung des auch von ihm zehn Jahre zuvor entdeckten Elektromotors: Er konnte zeigen, daß in einer im Magnetfeld zur Rotation gebrachten Metallscheibe ein elektrischer Strom fließt, d.h., daß in der Scheibe eine elektrische Spannung *induziert* wird. Faraday erklärte seine Beobachtungen - in Ermangelung mathematischer Kenntnisse - mit Nahwirkung im Bereich von elektrischen und magnetischen Feld- und Kraftlinien und begründete damit die klassische Feldtheorie.

Aus der Elektrostatik ist bekannt, daß die Bilanz des Flusses der elektrischen Feldstärke aus den ein Volumen umgebenden Flächen die darin befindliche Ladung zeigt (Satz von Gauß Ostrogradski). In der Magnetostatik zeigt der Stromfluß durch eine Fläche das diese Fläche umgebende Magnetfeld (Ampèresches Durchflutungsgesetz). In der Statik erschienen die beiden Felder als getrennte Phänomene. Ein Zusammenhang zwischen elektrischer und magnetischer Feldstärke entsteht aber, wenn sich die Konfiguration von Leitern und Feldern zeitlich verändert. Das ist die Aussage des *Faradayschen Induktionsgesetzes*.

6.4.1 Induktion und Faradaysches Induktionsgesetz

Das Faradaysche Induktionsgesetz verbindet die zeitliche Änderung des Produktes aus magnetischer Feldstärke und von dieser durchflossenen Fläche mit der dadurch „induzierten“ Spannung. Das Skalarprodukt aus Feldstärke \vec{B} und durchflossener Fläche \vec{A} ist aber gerade der magnetische Fluß Φ . Das Faradaysche Induktionsgesetz lautet damit: *Die Induktionsspannung ist proportional zur zeitlichen Änderung des Induktionsflusses Φ :*

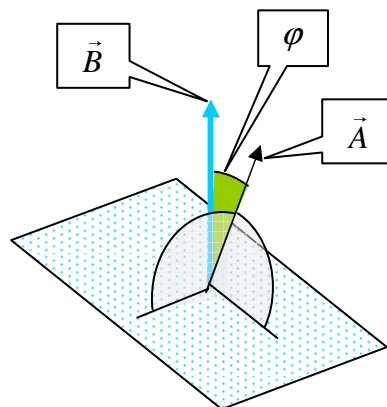


Abbildung 1 Magnetischer Fluß. Die Flächennormale \vec{A} steht senkrecht auf der von der Feldstärke \vec{B} durchflossenen Fläche. Grau: Winkel 90° , grün: Winkel zwischen \vec{A} und \vec{B} .

Das Gesetz zeigt, daß die Induktion einer Spannung eine zeitliche Änderung in der Anordnung von Feldstärke und Fläche voraussetzt. Das negative Vorzeichen bringt zum Ausdruck, daß die induzierte Spannung ihrer Ursache entgegengerichtet ist - näheres folgt bei der Lenzschen Regel. Analog zum magnetischen Feld um einen Strom liegen die elektrischen Feldlinien kreisförmig um die Fläche, in der sich der Fluß ändert. Man bezeichnet solche Felder als „Wirbelfelder“.

$U = -\frac{d}{dt}\Phi$	Das Faradaysche Induktionsgesetz: Bei <i>Änderung</i> des Flusses Φ wird eine elektrische Spannung U induziert
$\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B}$	Magnetischer Fluß: Produkt aus der magnetischen Feldstärke und der dazu senkrecht stehenden Fläche
$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \varphi$	\vec{A} Flächennormale mit Betrag A (Flächeninhalt), \vec{B} Feldstärke mit Betrag B , φ Winkel zwischen beiden Vektoren

Tabelle 1 Das Induktionsgesetz

Aus dem Induktionsgesetz folgt die Bezeichnung und Einheit für die Feldgröße B :

Formelzeichen	SI-Einheit	Bezeichnung
B	$[B] = \frac{V \cdot s}{m^2} = \text{Tesla}$	Magnetische Flußdichte oder magnetische Induktion

Die induzierte Spannung hängt von der zeitlichen Änderung eines Produktes aus drei Größen ab. Ändert man nur eine dieser Größen und hält die anderen beiden konstant, dann ergeben sich drei Möglichkeiten zur Induktion einer Spannung: Man kann die Fläche A , das Feld B oder den Winkel φ zwischen der Flächennormalen und der Feldrichtung ändern.

6.4.1.1 Induktion bei Änderung der Fläche

$U = -\frac{dA}{dt} \cdot B \cdot \cos \varphi$	
	In einem konstanten, homogenen magnetischen Feld, z. B. zwischen zwei im Abstand ihrer Radien aufgestellten Strom durchflossenen Spulen (Helmholtz-Spulen), wird durch Bewegung eines Bügels die Fläche einer Leiterschleife verändert (grün). Dabei wird in der Leiterschleife die Spannung U induziert.

Tabelle 2 Induktion bei Änderung der Fläche, Schema des Aufbaus in Versuch 1a. Blau: stromdurchflossene Spulen, hellblau mag. Feldstärke, orange: Linien des induzierten elektrischen Feldes. Grün: zeitlich veränderliche Fläche

6.4.1.2 Induktion bei Änderung des Magnetfelds

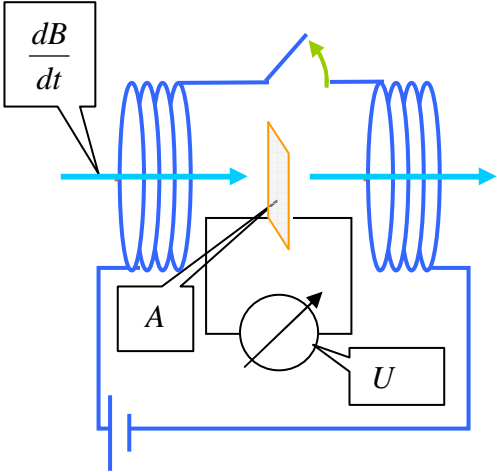
$U = -\frac{dB}{dt} \cdot A \cdot \cos \varphi$	
	<p>Bei ein- und ausschalten des Spulenstroms wird in der Leiterschleife die Spannung U induziert.</p>

Tabelle 3 Induktion bei Änderung des Magnetfelds (Versuch 1b).

6.4.1.3 Induktion bei Änderung des Winkels zwischen Magnetfeld und Fläche

Der Winkel φ zwischen der Flächennormalen und dem Feldvektor läßt sich leicht verändern, indem man bei vorgegebener Richtung des Magnetfeldes die Leiterschleife dreht. Bildet man die Ableitung des Winkels nach der Zeit, dann folgt nach Anwendung der Kettenregel:

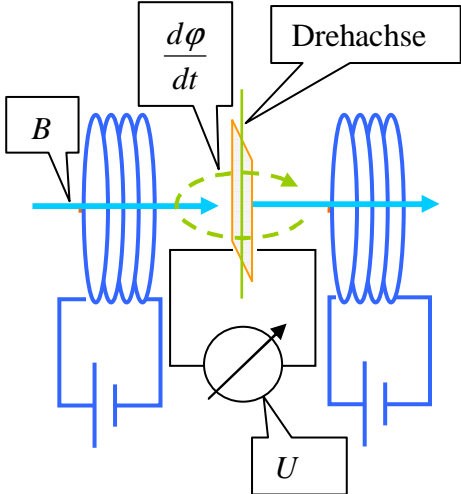
$U = -A \cdot B \cdot \frac{d}{dt}(\cos \varphi) = \frac{d\varphi}{dt} \cdot A \cdot B \cdot \sin \varphi$	
	<p>Bei Drehung der Leiterschleife um eine senkrecht zum Feld stehende Achse ändert sich der Winkel der Flächennormalen zum Feld oder, was gleichbedeutend ist, die Fläche der in Richtung des Magnetfelds gesehenen Projektion der Fläche A.</p>

Tabelle 4 Induktion bei Änderung des Winkels zwischen der vom magnetischen Strom durchflossenen Fläche und dem Magnetfeld, Aufbau wie in Versuch 1b. Grün: zeitlich veränderlicher Winkel.

Wird die induzierte Spannung am Schleifring abgegriffen, dann erhält man bei Drehung der Schleife mit konstanter Drehzahl eine Wechselspannung mit Sinus Form. Man erkennt das unmittelbar aus dem Induktionsgesetz:

$U = \frac{d\varphi}{dt} A \cdot B \cdot \sin \varphi$	Richtung φ zwischen der Flächennormalen und Feldvektor (vgl. <i>Versuche 2 und 3</i>)
$\varphi(t) = \varpi \cdot t$	Winkel $\varphi(t)$ bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ϖ
$\frac{d\varphi}{dt} = \varpi$	Ableitung nach der Zeit
$\varpi = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$	Definition der Winkelgeschwindigkeit, Frequenz ν und Periode T . Die Periode ist die Zeit für eine Umdrehung.
$U(t) = \varpi \cdot A \cdot B \cdot \sin \varphi = U_0 \cdot \sin \varpi t$	Wird φ und $d\varphi/dt$ in das Induktionsgesetz eingesetzt, dann ergibt sich eine Wechselspannung mit Sinus Form

Tabelle 5 Induktion einer Wechselspannung bei Drehung einer Leiterschleife mit konstanter Drehzahl

6.4.1.4 Die Induktion ist eine Eigenschaft der elektromagnetischen Felder

Die Induktion ist eine fundamentale Eigenschaft der elektrischen und magnetischen Felder, für die es keine Analogie im Gravitationsfeld gibt. In statischen elektrischen Feldern ist die Arbeit zur Überführung einer Ladung auf einem geschlossenen Weg Null, jedem Punkt kann ein Potential zugeordnet werden. Nur bei Änderungen des magnetischen Flusses entstehen elektrische Wirbelfelder, in denen bei Überführung einer Ladung auf einem geschlossenen Weg eine Arbeit zu leisten oder zu gewinnen ist. Diese Eigenschaft ist in einer der Maxwell'schen Gleichungen formuliert:

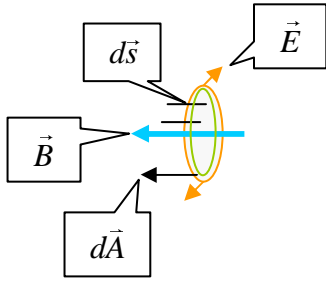
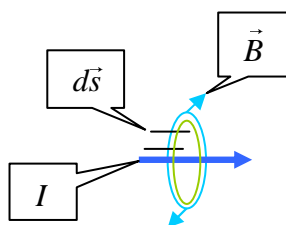
Faradaysches Induktionsgesetz: „Ein sich zeitlich ändernder magnetischer Fluß erzeugt ein elektrisches Feld mit kreisförmigen Feldlinien um die vom Fluß durchdrungene Fläche“	Ampèresches Durchflutungsgesetz: „Ein elektrischer Strom erzeugt ein Magnetfeld mit kreisförmigen Feldlinien um den Leiter“
	
$\oint_{\text{Rand}} \vec{E} d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_{\text{Fläche}} \vec{B} d\vec{A}$	$\oint_{\text{Rand}} \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 \cdot I$

Tabelle 6 Links: Entstehung kreisförmiger elektrischer Feldlinien um einen sich zeitlich ändernden magnetischen Fluß, rechts, zum Vergleich, die schon bekannten kreisförmigen magnetischen Feldlinien um den Stromfluß in einem Leiter.

Die Induktion einer Spannung bei Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld ergibt sich auch aus der Wirkung der Lorentzkraft auf die im Leiter befindlichen Ladungsträger mit der Lorentzkraft (http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_4_1ALorentzkraft.DOC).

6.4.1.5 Induktion in einer Spule mit n Windungen

Wird in einer Schleife eine Spannung induziert, dann wird die Überführungsarbeit für eine Einheit der Ladung aufgebracht. Bei n Schleifen vervielfacht sich die Arbeit entsprechend. Die Arbeit ist additiv, deshalb vervielfacht sich die Spannung bei Verbindung der Schleifen:

$$U = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

Wird die induzierte Spannung in einer Spule mit n Windungen erzeugt, dann ist die Spannung *proportional zur Windungszahl* der Sekundärspule.

Versuch 1 Der Elektromotor mit Permanentmagnet wird als Generator betrieben. Es bestätigt sich Faradays Vermutung, daß die Umwandlung von mechanischer in elektrische Energie im Elektromotor umkehrbar ist.

6.4.1.6 Induzierte Spannung in einer Spule bei Änderung des Stroms: Der Selbstinduktionskoeffizient

Ändert sich in einer feststehenden Spule der elektrische Stromfluß, dann ändert sich das dadurch erzeugte Magnetfeld und damit der magnetische Fluß. Nach dem Induktionsgesetz wird dadurch in der Spule selbst eine Spannung induziert, deren Betrag, außer von der zeitlichen Ableitung des Stroms, auch von Eigenschaften der Spule abhängt. Letztere sind im *Selbstinduktionskoeffizienten* zusammengefasst. Er charakterisiert die elektrischen Eigenschaften der Spule in gleicher Weise wie die Kapazität die eines Kondensators charakterisiert.

$B = \frac{\mu_0 \cdot n}{l} \cdot I$	Die magnetische Feldstärke in einer Spule der Länge l mit Windungszahl n ist proportional zum Strom I
$\frac{dB}{dt} = \frac{\mu_0 \cdot n}{l} \cdot \frac{dI}{dt}$	Bei zeitlicher Änderung des Stroms ändert sich auch das magnetische Feld
$U_{IND} = -n \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} = -n \cdot A \cdot \frac{\mu_0 \cdot n}{l} \cdot \frac{dI}{dt}$	Dadurch ändert sich der magnetische Fluss in der Spule und induziert nach dem Induktionsgesetz die Spannung U_{IND} ∴
$U_{IND} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$	Der <i>Selbstinduktionskoeffizient</i> L ist der Proportionalitätsfaktor zwischen U_{IND} und dI/dt
$L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l}$	Selbstinduktionskoeffizient für eine lange Spule der Länge l , Fläche A und Windungszahl n
$[L] = 1 \frac{\text{Volt} \cdot \text{Sekunde}}{\text{Ampere}} = 1 \text{Henry}(H)$	Einheit dazu

Tabelle 7 Selbstinduktionskoeffizient einer langen Spule

6.4.1.7 Die Lenzsche Regel

Das negative Vorzeichen im Induktionsgesetz zeigt, daß die induzierte Spannung U_{Sek} stets so gerichtet ist, daß das Magnetfeld \vec{B}_{Sek} des durch sie verursachten Stromes I_{Sek} der Induktionsursache $B_{Prim}(t)$ entgegenwirkt.

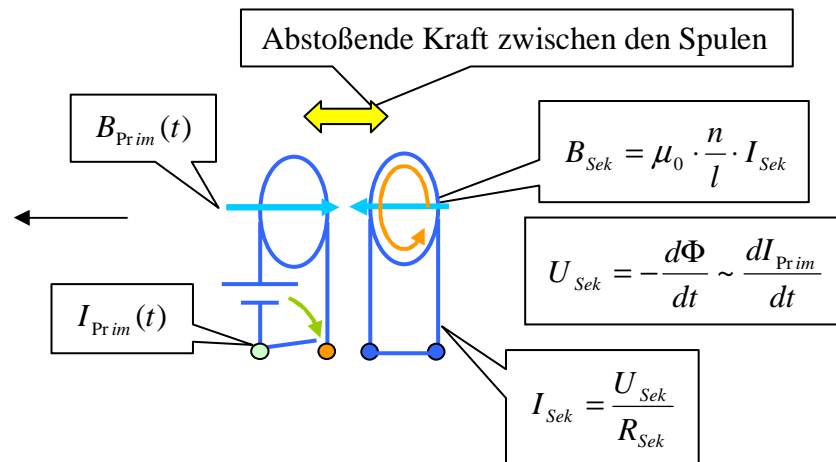


Abbildung 2 Zur Lenzschen Regel: Bei schnell ansteigendem Strom im Primärkreis, z. B. beim Einschalten, wird im Sekundärkreis eine hohe Spannung induziert. Wegen des kleinen Widerstands fließt im Sekundärkreis ein hoher Strom, der zu einem starken Magnetfeld führt, das dem der Primärspule entgegengerichtet ist. Orange: Induzierte Feldstärke

Wären die Felder gleichgerichtet, dann würde der in der Sekundärwicklung induzierte Strom in der Primärwicklung eine den Primärstrom verstärkende Spannung induzieren, so daß von selbst die Leistung des Aufbaus stets wachsen würde.

Versuch 2 Zwei Spulen stehen hintereinander. Der Einschaltstrom in der ersten induziert einen Strom in der zweiten, das Magnetfeld dieses Stromes treibt die Spulen auseinander.

Im folgenden Versuch wird klar, daß bei kleinen Widerständen im Sekundärkreis sehr hohe Ströme fließen, entsprechend hoch wird das magnetische Gegenfeld. Das Induktionsgesetz gibt nur die Spannung vor.

Versuch 3 Induktion in einem Ring mit und ohne Schlitz. Der Ring ohne Schlitz wird abgestoßen, weil die in ihm induzierte Spannung einen Strom erzeugt, dessen Magnetfeld dem erzeugenden in der Primärspule entgegengerichtet ist. Der geschlitzte Ring bleibt liegen, weil in ihm kein Strom fließt und somit kein magnetisches Gegenfeld induziert wird.

Ist der Stromkreis in der Sekundärspule unterbrochen, dann wird zwar auf der Sekundärseite eine Spannung induziert, aber es fließt kein Strom und somit baut sich kein Gegenfeld auf.

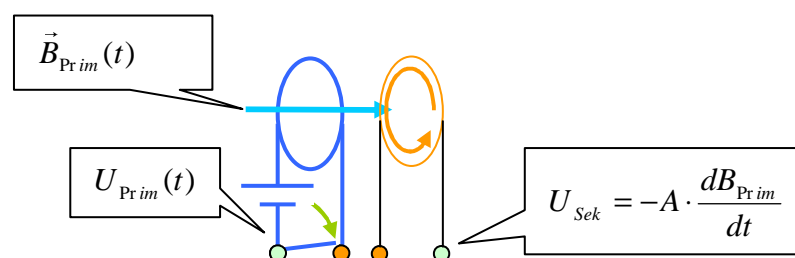


Abbildung 3 Induktion bei offenem Sekundärkreis. Die Spule bleibt beim Einschalten des Primärstroms kräftefrei, es wird zwar ein elektrisches Feld (orange) induziert, aber es fließt kein Strom, deshalb gibt es kein magnetisches Gegenfeld.

Versuch 4 Wirbelstrombremse auf ein Pendel im Magnetfeld: a) ohne b) mit Schlitz

Versuch 5 Im Aufbau nach der folgenden Abbildung erkennt man: a) Wird auf der Primärseite eine Dreiecksspannung angelegt, dann wird auf der Sekundärseite eine Rechtecksspannung

induziert b) Die induzierte Spannung ist proportional zur Windungszahl der Sekundärspule c) Wird die Sekundärspule über die Primärspule hinausgeschoben, dann fällt die induzierte Spannung im magnetischen Streufeld außerhalb der Primärspule stark ab.

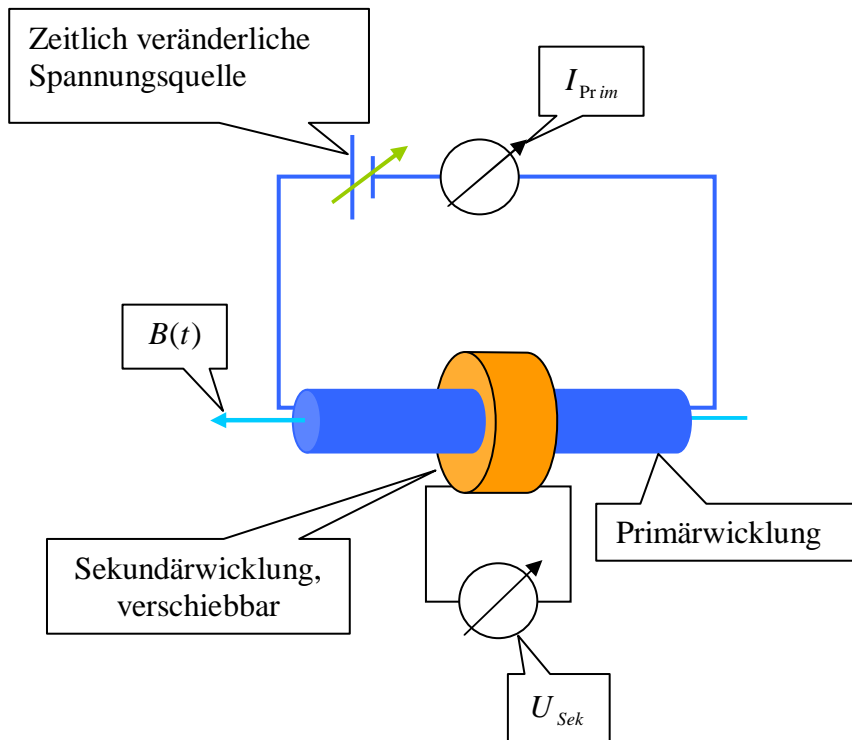


Abbildung 4 Primär- und Sekundärspule zum Induktionsversuch mit zeitlich veränderlichem Magnetfeld $B(t)$. Blau: Stromdurchflossene Primärspule, orange: Stromlose Sekundärspule, in der das elektrische Feld und die Spannung induziert wird.

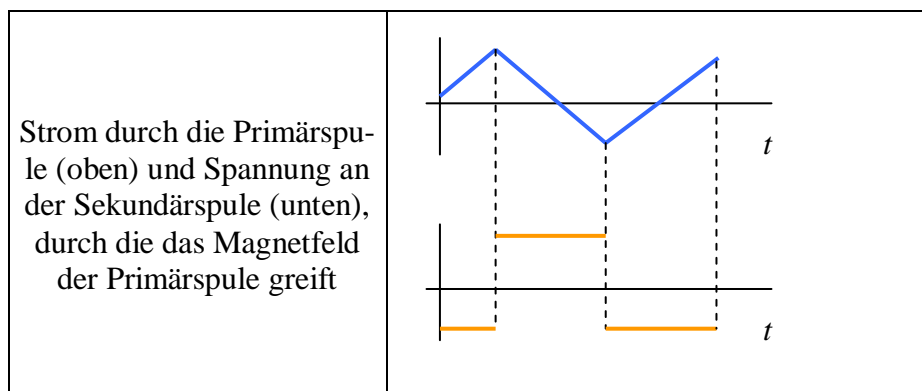


Tabelle 8 Die Spannung an der Sekundärspule (orange) ist die negative Ableitung des Stroms (blau) in der Primärspule.

Versuch 6 Die ringförmige Anordnung der Primärspule vermeidet das Streufeld

6.4.2 Wechselstrom und Drehstrom

6.4.2.1 Wechselstrom

Bei Rotation einer Spule im Magnetfeld entsteht ein Wechselstrom mit Sinus Form:

$$U(t) = U_0 \cdot \sin \omega t$$

Versuch 7 Mit dem Aufbau von Versuch 2 wird der Wechselstromgenerator vorgeführt.

6.4.2.2 Effektivwert der Wechselspannung

Die Wechselspannung ist durch Maximalwert, Frequenz und Kurvenform (meistens mit Sinus Form) gegeben. Will man sie mit einer einzigen Zahl charakterisieren, so muß man diese definieren. Man führt dazu ihren *Effektivwert* ein. Dieser entspricht der Spannung eines Gleichstroms, der an einem ohmschen Widerstand die gleiche *Leistung* wie der Wechselstrom *im zeitlichen Mittel* verrichtet.

$P_{\text{Eff}} = U_{\text{Eff}} \cdot I_{\text{Eff}} = \frac{U_{\text{Eff}}^2}{R}$	Leistung des Gleichstroms
$P(t) = U(t) \cdot I(t) = \frac{U(t)^2}{R} = \frac{U_0^2}{R} \sin^2 \omega t$	Leistung des Wechselstroms zur Zeit t
$\langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$	Mittelwert der sin-Funktion
$\langle P \rangle = \frac{U_0^2}{2 \cdot R}$	Mittlere Leistung des Wechselstroms
$\frac{U_0^2}{2 \cdot R} = \frac{U_{\text{Eff}}^2}{R}$	Die zeitlich gemittelte Leistung des Wechselstroms $\langle P \rangle$ sei die der Gleichspannung P_{Eff}
$U_{\text{Eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$	Effektivwert der Wechselspannung

Tabelle 9 Effektivwert für Wechselspannung mit Sinus Form

In Haushalts Stromnetz beträgt die Netzspannung (effektiv) 230 V bei 50 Hz und zeigt Sinus Form, die momentane Spannung oszilliert also 50 mal in der Sekunde zwischen ihren Extremwerten ± 325 V.

6.4.2.3 Drehstrom

Unter Drehstrom versteht man drei Wechselstromnetze, als „Phasen“ R , S und T bezeichnet, die gegeneinander um 120° phasenverschoben sind. Eigentlich wären für die drei Netze 6 Leitungen erforderlich, man legt aber jeweils eine Leitung jeder Phase auf Erdpotential, so daß 3 Leitungen zum „Mittelpunktsleiter“ M zusammengefaßt werden. Somit genügen vier Leitungen für ein Drehstromnetz. Der Sinn dieser Anordnung wird im Hinblick auf die Krafterzeugung klar. Wie aus dem Zeigerdiagramm ersichtlich ist, stehen im Drehstromnetz die (effektiv) Spannungen 398 V und 230 V jeweils 3 mal zur Verfügung. Je nach Art des Anschlusses in „Dreieck“ oder in „Sternschaltung“- liegen 230 oder 398 V am Verbraucher.

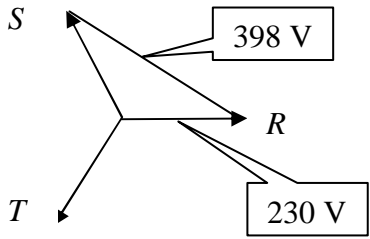
	Zeigerdiagramm zu den Spannungen im Drehstromnetz
$U_{RS} = 2 \cdot U \cdot \sin 60^\circ = U \cdot \sqrt{3} = 398 \text{ V}$	Mit dem Effektivwert $U=230 \text{ V}$ folgt die Spannung „zwischen den Phasen“ zu 398 V

Tabelle 10 Spannungen gegen Erde und zwischen den Phasen im Haushalt Drehstromnetz

Zu den Steckdosen der Hausinstallationen wird jeweils eine Phase und der Mittelpunkt geführt (230 V). In unterschiedlichen Stockwerken oder Räumen können durchaus unterschiedliche Phasen liegen. Deshalb kommt es vor, daß ein Bildschirm z.B. an der einen Steckdose angeschlossen flimmert, an der anderen nicht, wenn das Netz einer Phase durch einen Verbraucher gestört wird und die Steckdosen an unterschiedlichen Phasen liegen.

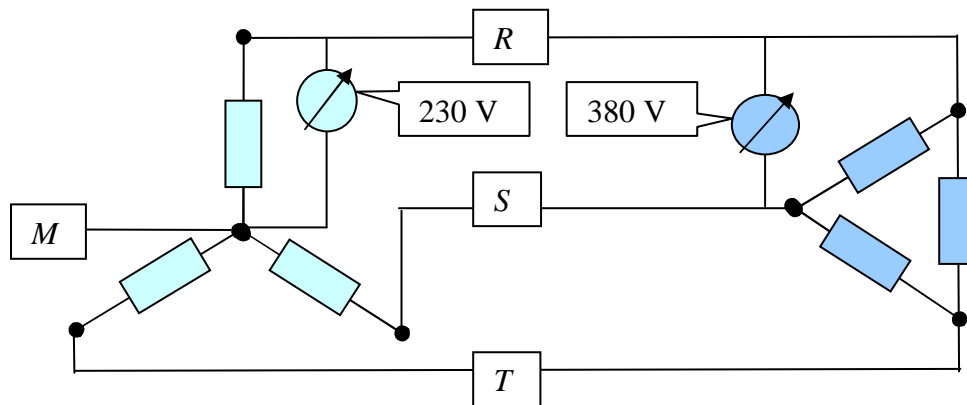


Abbildung 5 Ohmsche Widerstände als Verbraucher an einem Drehstromnetz, links in Sternschaltung, rechts in Dreieckschaltung angeschlossen. Wenn die drei Widerstände gleich groß sind, fließt über M kein Strom.

6.4.2.4 Drehstrommotoren und Generatoren

Aus dem Faradayschen Induktionsgesetz ist bekannt, dass die zeitliche Änderung des Magnetfeldes in einer Leiterschleife einen Strom induziert. Mit Hilfe des Drehstroms gelingt es, mit festen Stator Spulen ein sich im Raum drehendes Magnetfeld zu erzeugen. Wird ein Leiter in dieses Feld gebracht, dann induziert das Drehfeld im Leiter einen Strom, der nach der Lenzschen Regel seiner Ursache, also der Änderung des Drehfeldes im Leiter, entgegenwirkt. Dem Durchlaufen der Drehfeldlinien kann der Leiter aber nur dadurch entgegenwirken, daß er sich im Drehsinn des Magnetfeldes mitdreht. Genau das ist aber bei Elektromotoren erwünscht! Man erkennt daraus, daß sich Drehstrommotoren durch einen besonders einfachen Aufbau auszeichnen, man braucht vor allem keinen verschleißenden Kollektor. Es genügt tatsächlich, daß ein Leiter im Drehfeld drehbar gelagert ist, die in ihm induzierten Wirbelströme nehmen ihn in Drehrichtung des Feldes mit. Motoren dieser einfachsten Bauart heißen *Wirbelstrommotoren*. Die Anker von Drehstrommotoren werden als *Kurzschlußläufer* bezeichnet, weil man zum Aufbau des induzierten Magnetfeldes einen kräftigen Stromfluß durch dicke Kupferleitungen braucht.

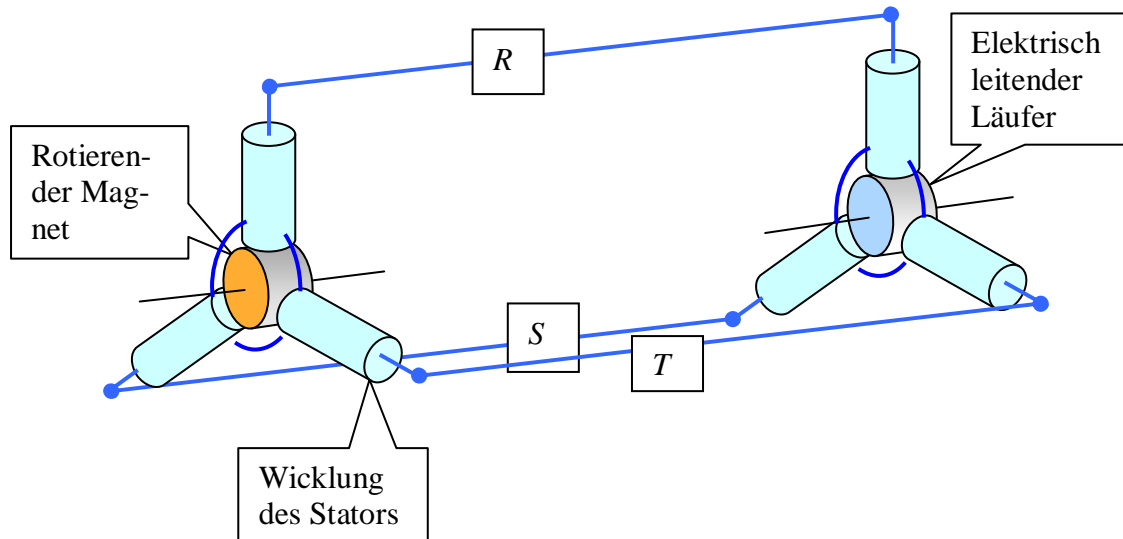


Abbildung 6 Schema der Verdrahtung zwischen Drehstromgenerator und Drehstrommotor. Generator mit je einer feststehenden Spule für jede Phase und einem angetriebenem, rotierenden Magneten als Läufer, Drehstrommotor in Sternschaltung, feststehende Spulen mit Kurzschlußläufer

Obwohl die physikalische Grundlage so robust ist, daß sich das Drehen des Ankers in einem Drehfeld praktisch nicht verhindern läßt, liegt doch viel Entwicklungsarbeit in der Optimierung der Drehmoment/Drehzahl Kennlinie. Es ist klar, daß bei gleicher Drehzahl von Drehfeld und Anker das Drehmoment verschwindet, weil sich der Leiter relativ zum Feld nicht mehr bewegt. Deshalb arbeiten diese Motoren mit Schlupf und werden als *Asynchronmotoren* bezeichnet. Im Prinzip wächst ihr Drehmoment mit zunehmendem Schlupf, der Verlauf der Drehmomentkennlinie kann aber konstruktiv (Anzahl der Spulen etc.) beeinflusst werden.

Ist der Anker selbst magnetisch, dann folgt er dem Feld mit dessen Drehfrequenz. So arbeitet der *Synchronmotor*, sein Drehmoment fällt aber rapide ab, sobald er außer Takt gerät. In der unten links skizzierten „Sternschaltung“ liegen an den Verbrauchern 230 V. Man kann die Verbraucher aber auch in der „Dreiecksschaltung“ „zwischen die Phasen“ legen, an jedem Verbraucher liegt dann die Effektivspannung von 398 V.

Versuch 8 Drehfeld mit a) Kurzschlußläufer b) mit Ring c) mit Magnetnadel

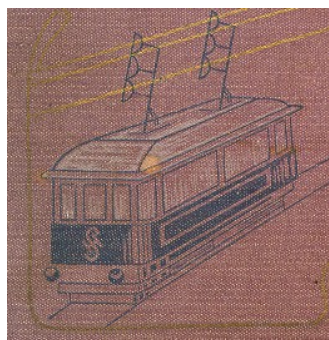


Abbildung 7 Straßenbahn mit Drehstromantrieb, Planung um 1900. Neue Lokomotiven (z. B. im ICE) fahren tatsächlich mit Drehstrom, der aber in der Lokomotive mit einer für den Betriebszustand optimalen Frequenz aus einphasigem Wechselstrom erzeugt wird.