

### 6.4.3 Wechselstromwiderstände: Kapazitive und induktive Lasten

Die Abhängigkeit des Stroms von der Spannung in Stromkreisen mit Ohmschen Widerständen und Kondensatoren oder induktiven Lasten, also Spulen, zeigt bei Betrieb an zeitlich variablen Spannungsquellen Besonderheiten. Betrachtet man die Ursache für die über einem Bauteil abfallende Spannung, dann erkennt man, daß nur am Ohmschen Widerstand der Strom proportional zur Spannung ist. Am Kondensator ist die Spannung proportional zur Ladung, der Strom muß durch zeitliche Ableitung errechnet werden. An einer Spule ist die Spannung proportional zur Ableitung des Stroms, der Strom folgt also aus der Integration der Spannung nach der Zeit.

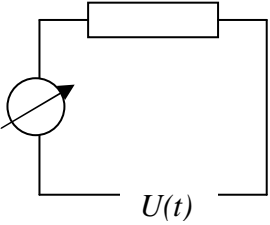
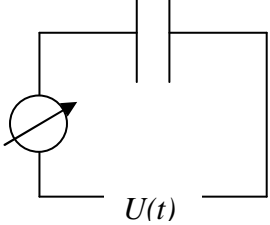
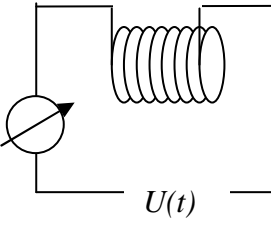
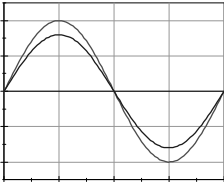
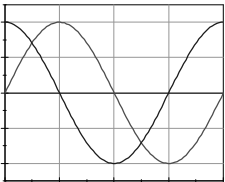
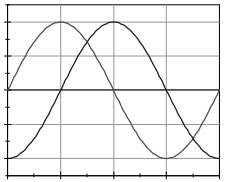
Art der Last	Ohmsch	Kapazitiv	Induktiv
Schema Das Instrument im Stromkreis misst den Strom $I(t)$			
Spannung über dem Bauteil	$U(t) = R \cdot I(t)$	$U(t) = \frac{Q(t)}{C}$	$U(t) = L \frac{dI}{dt}$
Strom als Funktion der Spannung, $U(t) = U_0 \cdot \sin \omega t$	$I(t) = \frac{1}{R} \cdot U(t)$	$I(t) = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dU}{dT}$	$I(t) = \frac{1}{L} \int U(t) dt$
	$I(t) = \frac{1}{R} \cdot U_0 \cdot \sin \omega t$	$I(t) = \omega \cdot C \cdot U_0 \cdot \cos \omega t$	$I(t) = -\frac{U_0}{\omega \cdot L} \cdot \cos \omega t$
	$I(t) = I_0 \cdot \sin \omega t$	$I(t) = I_0 \cdot \cos \omega t$	$I(t) = -I_0 \cdot \cos \omega t$
Maximalwert des Stroms	$I_0 = \frac{1}{R} \cdot U_0$	$I_0 = \omega \cdot C \cdot U_0$	$I_0 = \frac{U_0}{\omega \cdot L}$
Widerstand $R = \frac{U_0}{I_0}$	$R$	$R_C = \frac{1}{\omega C}$	$R_L = \omega L$
Verlauf von Strom (blau) und Spannung (rot) gegen die Zeit (Abszisse)			

Tabelle 1 Spannungsabfall über Ohmschen, kapazitiven und induktiven Bauteilen, Ströme und Widerstände dazu, Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom für Wechselstrom mit Sinus Form.

Der Vorteil einer Spannung mit Zeitverlauf nach der Sinus Funktion liegt darin, daß sie bei Ableitung zur Cosinus Funktion wird, bei Integration zu Cosinus mal -1. Der Strom übernimmt den Zeitverlauf der Spannung, es ändert sich - außer der Amplitude - nur die „Phase“, womit die Verschiebung auf der Zeit Achse bezeichnet wird. (Formulierung im Zeigerdiagramm: [http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6\\_4\\_3AZeiger.DOC](http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_4_3AZeiger.DOC))

Auch bei beliebiger Zeitabhängigkeit der Spannung folgt der Strom am Kondensator durch zeitliche Ableitung und an der Spule durch Integration. Die Ableitung verstärkt Änderungen in der Zeit, die Integration glättet, deshalb erscheint bei einem Einschaltvorgang, in dem die Spannung von Null auf einen konstanten Wert ansteigt, der Strom am Kondensator nur als Puls, an der Spule dagegen als stetig ansteigend.

*Versuch 1 An einem Ohmschen-, kapazitiven und induktiven Widerstand wird Strom und Spannung an a) Wechselspannung mit Sinus- und b) mit Rechteckform gezeigt.*

### 6.4.3.1 Wechselstromleistung

Zum Zeitpunkt  $t$  berechnet sich die Leistung in einem Stromkreis als

$$P(t) = U(t) \cdot I(t)$$

Sind in Stromkreisen kapazitive oder induktive Lasten, dann sind Strom und Spannung um einen von den Widerständen abhängigen Winkel  $\varphi$  gegeneinander phasenverschoben. Es variiert dann die Leistung mit der Periode der angelegten Wechselspannung: Sie pendelt zwischen Quelle und Widerstand hin und her und ist immer dann null, wenn Strom oder Spannung gerade verschwinden. Im Generator muß als mechanische Arbeit aber nur die Leistung aufgebracht werden, die „auf Dauer“ beim Verbraucher bleibt und diesen erwärmt. Diese Leistung heißt *Wirkleistung*, sie ist der zeitliche Mittelwert der momentanen Leistung  $P(t)$ . Diese Leistung ist eine reelle Größe, sie zeigt nur einen Betrag. Zu ihrer Berechnung setzt man Spannung und Strom ausnahmsweise reell an:

$$\begin{aligned} \overline{P(t)} &= \overline{U(t) \cdot I(t)} = U_0 \cdot I_0 \cdot \overline{\sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi)} \\ &= U_0 \cdot I_0 \cdot \overline{(\sin \omega t \cdot (\sin \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \varphi))} = U_0 \cdot I_0 \cdot (\cos \varphi \cdot \overline{\sin^2 \omega t} + \sin \varphi \cdot \overline{\frac{1}{2} \sin 2\omega t}) \\ P(t) &= \frac{1}{2} \cdot U_0 \cdot I_0 \cdot \cos \varphi = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

	Leistung $P$	Widerstand $R = \frac{P}{I_{\text{eff}}^2}$
Wirk-	$U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$	$\frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \cdot \cos \varphi$
Schein-	$U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$	$\frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$ („Impedanz“)
Blind-	$U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin \varphi$	$\frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \cdot \sin \varphi$

*Tabelle 2 Begriffe zur Wechselstromleistung und den entsprechenden Widerständen dazu*

Maximale Leistungsübertragung wird erreicht, wenn die Impedanz des Verbrauchers gleich der Impedanz der Quelle ist. Deshalb wird z. B. bei HiFi Anlagen die Impedanz der Endstufen zum Lautsprecheranschluß angegeben. Die des Lautsprechers sollte dieser entsprechen (meist 4 oder 8  $\Omega$ ).

### 6.4.4 Der Transformator

Im Transformator umfassen zwei Spulen einen gemeinsamen Eisenkern. Die „Primärspule“ mit Windungszahl  $n_1$  liegt an einer Quelle, die Wechselspannung mit Sinus Form liefert. Der Strom  $I_1(t)$  stellt sich so ein, daß der von ihm verursachte magnetische Fluß (Ampèresches Durchflutungsgesetz) in der Primärspule eine zur Quellenspannung identische, aber im Vorzeichen entgegengesetzte Spannung induziert. Durch den Eisenkern greift dieser Fluß auch in die „Sekundärspule“, wo er die Sekundärspannung induziert. Das Verhältnis der Windungszahlen entspricht dem Verhältnis von Primär- zu Sekundärspannung.

$U_{1,IND} = -L_1 \cdot \frac{dI_1}{dt} = -n_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$	Änderung des magnetischen Flusses $\Phi$ in der Primärspule Spule und induzierte Spannung $U_{1,IND}$ , die gleich der negativen Quellenspannung ist.
$U_{2,IND} = -n_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$	Induzierte Spannung in der zweiten Spule
$\frac{U_{1,IND}}{U_{2,IND}} = \frac{n_1}{n_2}$	Die induzierten Spannungen verhalten sich wie die Windungszahlen
$L_1$	Selbstinduktivität der Primärspule

Tabelle 3 Übersetzungsverhältnis des Transformators

Dieses gilt für einen idealen, also verlustfreien Transformator. Ideale Toroidspulen zeigen im Innern konstante, homogene Feldstärke. Um in realen Transformatoren diese Geometrie anzunähern werden die beiden Spulen auf einen quadratischen Rahmen gewickelt.

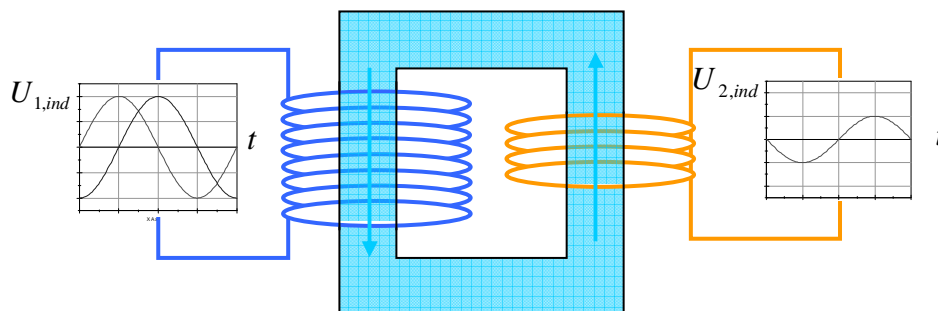


Abbildung 1 Schema eines Transformators. Der magnetische Fluß  $\Phi$  fließt im Eisenkern durch beide Spulen. Hellblau: Magnetische Feldstärke, blau: Stromfluß in der Primärspule, rot: Induzierte Spannungen. (Immer, wenn im Primärkreis ein zeitlich veränderlicher Strom (blau) fließt, wird im Sekundärkreis Spannung (orange) induziert, auch wenn dort kein Strom abgenommen wird.)

Im Unterschied zum Spannungsteiler für Gleichspannungen setzt der Transformator die Spannungen (im Idealfall) ohne Verluste um, allerdings braucht man dazu eben Wechselspannung: Ein weiterer Vorteil dieser Stromart, neben dem einfachen Aufbau der Generatormaschinen.

**Versuch 2 Hochstrom Transformator mit dem Windungsverhältnis 600 : 3, 3 Windungen auf der Sekundärseite.**

**Versuch 3** Ein kernfreier ringförmiger Hochfrequenztransformator um eine Gas gefüllte Kugel erzeugt längs seiner Achse ein zeitlich schnell veränderliches Magnetfeld. Dieses induziert im Gasraum - anstelle einer coaxialen Wicklung - eine Spannung. Dadurch fließt ein Strom im Gas, der es zum Leuchten anregt.

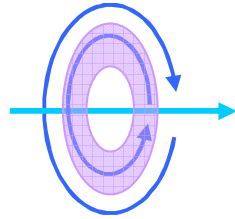


Abbildung 2 Schema des Hochfrequenztransformators. Nur der äußere Strom ist in Drähten geführt, das axiale Magnetfeld induziert den Strom im Gas

### 6.4.5 Wirkungsweise des Schutzleiters

Steht ein Mensch in leitender Verbindung mit einem Gerät, dann wird es gefährlich, wenn die Wechselspannung („Phase“) führende Leitung versehentlich das Gehäuse berührt:

- Ist ein Schutzleiter vorhanden, dann fließt der Strom  $I_{Fehler}$  über den Schutzleiter zur Erde. Der Widerstand des Schutzleiters soll so klein sein, daß die am Menschen anliegende, über dem Schutzleiter abfallende Spannung  $U_{Fehler} = R_{Schutzleiter} \cdot I_{Fehler} = 65 \text{ V}$  nicht überschreitet. Der Strom  $I_{Fehler}$  muss deshalb durch eine Sicherung begrenzt werden, die bei Kurzschluß den Stromkreis unterbricht.
- Fehlt der Schutzleiter, dann liegt die volle Spannung der Phase über dem Menschen, der das Gerät berührt. Es ist wichtig zu wissen, daß beim „Stromschlag“ *der über den Körper fließende Strom* die Gesundheit gefährdet. Der Strom hängt von der anliegenden Spannung und dem Widerstand des Menschen zur Erde ab. Ein mittlerer Wert für diesen Widerstand ist  $3300 \Omega$ , er variiert nach Bodenbeschaffenheit, Schuhwerk, Feuchtigkeit der Hände usw. Aus der Höhe des zulässigen Stroms errechnet sich die maximal zulässige Spannung:

Über den Körper fließender Strom $I_{Fehler}$	Gesundheitliche Wirkung	Maximal zulässige Spannung am Menschen, berechnet mit einem mittleren Widerstand von $3300 \Omega$ $U_{Fehler} = 3300 \cdot I_{Fehler}$
20 mA	Gerade noch zulässig	66 V
65 mA	Lebensgefahr Evtl. Dauerschäden, z. B. Herz-Rhythmus Störungen	215 V
$\geq 100 \text{ mA}$	Tödlich	330 V

Tabelle 4 Maximal zulässige Ströme und Spannungen am Körper

Der Schutzleiter schützt nur in Verbindung mit einer Sicherung, die den maximal fließenden Strom begrenzt. Die Leitung des Schutzleiters ist in neueren Geräten und Installationen grün-gelb gefärbt. Leitungen mit dieser Farbe dürfen auf keinen Fall zur Stromführung oder als Neutral Leiter verwendet werden. Die Leitungen der Phasen R, S, T sind meistens braun oder schwarz ohne feste Zuordnung der Farben, der Neutral Leiter sollte hellblau sein.

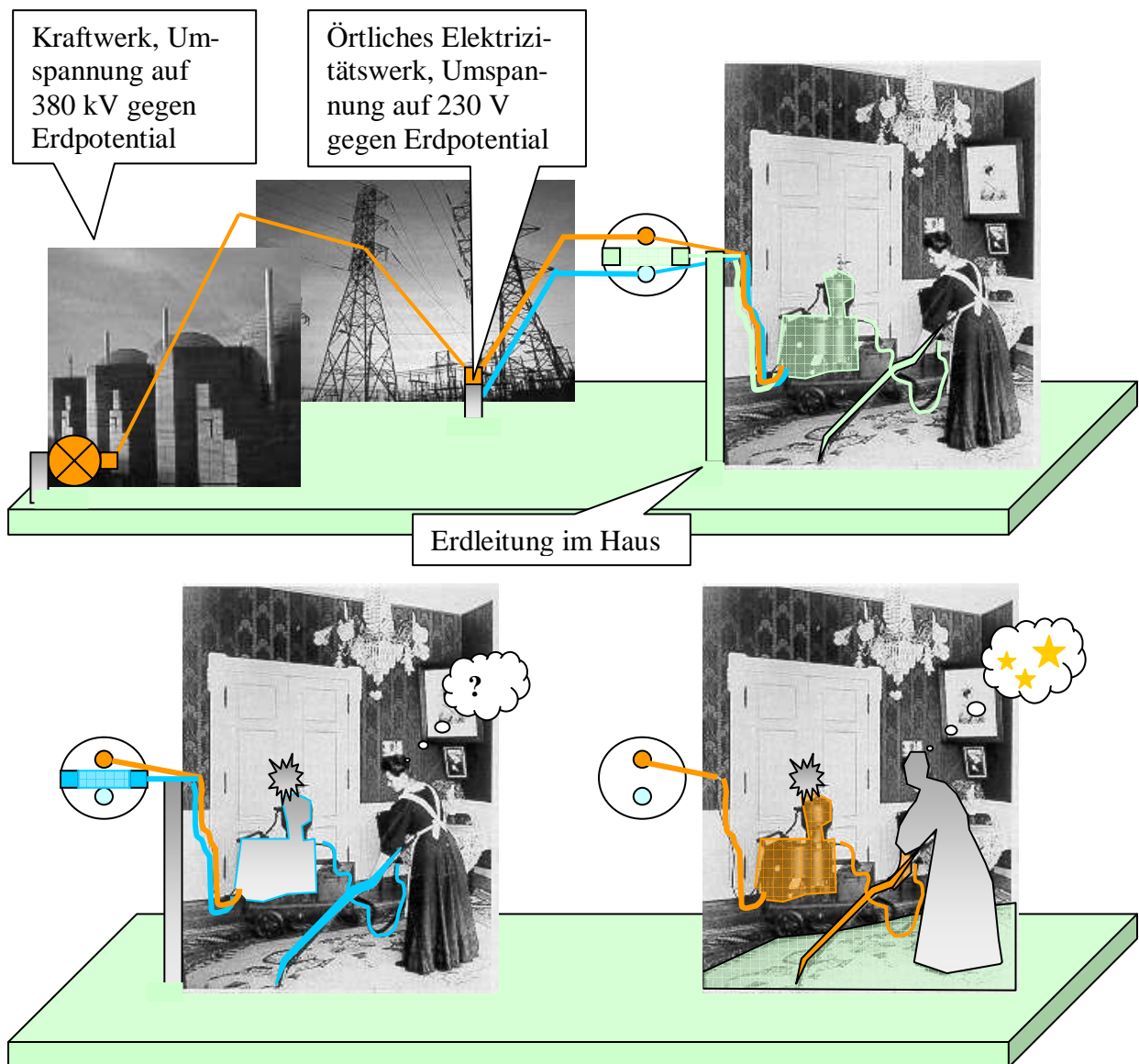


Abbildung 3 Wirkungsweise des Schutzleiters. Oben: Einwandfreie Installation und fehlerloser Betrieb. Unten: Fehler, die Phase berührt das Gehäuse. Links: Der Strom fließt über den Schutzleiter ab, der Mensch bleibt annähernd auf Erdpotential, die Sicherung unterbricht den Stromkreis. Rechts: Fehlt der Schutzleiter, dann fließt der Strom über den Menschen ab. Die Höhe des Stroms bestimmt die Gefährdung. Die Bodenplatte liegt immer auf Erdpotential.

Die Wechselspannung von 230 V (Orange in der Abbildung) liegt in der Steckdose nur in einem Leiter an, weil die Generatoren im Kraftwerk die Spannung gegen das Erdpotential (Hellgrün) erzeugen. Die Leitung im zweiten „Loch“ der Steckdose, der „Null oder Neutral-Leiter“, liegt auf Erdpotential (Hellblau) und führt vom Haus zum Elektrizitätswerk, wo diese Leitung mit der Erde verbunden ist. Der Schutzleiter (hellgrün in der Abbildung, gelbgrün in der Installation) führt von den beiden blanken Klemmen in der Steckdose schon im Haus unmittelbar zur Erde. An ihn sind über die Zuleitung die metallischen Gehäuse angeschlossen.