

6.6 Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

6.6.1 Elektrische und magnetische Feldenergie

Soll in einer Spule ein Magnetfeld erzeugt werden, so wächst der Strom nach dem Anlegen der Versorgungsspannung nach einiger Zeit auf I_{\max} an. Der maximale Strom I_{\max} ist durch den Ohmschen Widerstand der Anordnung begrenzt. Die in der Zeit des Hochfahrens verrichtete Arbeit setzt sich aus den zeitabhängigen Beiträgen $dW = U(t) \cdot I(t) \cdot dt$ zusammen. Die gesamte Energie des Feldes folgt nach der Integration über die gesamte Zeit des Feldaufbaus, also vom Zeitpunkt des Einschaltens (0) bis zum vollen Feldaufbau, der, wegen des exponentiellen Verlaufs der Ladekurven, mathematisch korrekt erst zur Zeit (∞) erreicht wird. Führt man die Integration aus, dann erkennt man am Beispiel des Kondensators bzw. der langen Spule, daß im Ausdruck für die Feldenergie das Volumen steht: Die Feldenergie ist eine Eigenschaft des vom Feld erfüllten Volumens, sie ist im Raum lokalisierbar und kann deshalb auch durch den Raum wandern, z. B. im elektrischen Schwingkreis und bei der Abstrahlung elektromagnetischer Wellen. Die folgende Tabelle zeigt die elektrische Feldenergie in einem Kondensator und die magnetische Feldenergie in einer Spule.

Anmerkung	Elektrostatik	Magnetismus
Energiezuwachs beim Aufbau des Feldes	$dW = U(t) \cdot I(t) \cdot dt$	$dW = U(t) \cdot I(t) \cdot dt$
Berechnung der Feldenergie: Integral der Leistung über die Zeit	$W = \int_0^{\infty} U(t) \cdot I(t) dt$	$W = \int_0^{\infty} U(t) \cdot I(t) dt$
Weil die Spannung eine Funktion der Ladung bzw. der Ableitung des Stroms ist, kann die Integration über die Ladung bzw. den Strom erfolgen	$U(t) = \frac{Q(t)}{C}, I(t) = \frac{dQ}{dt}$	$U(t) = L \cdot \frac{dI}{dt}$
	$W = \int_0^{Q_{\max}} \frac{Q}{C} \cdot dQ$	$W = \int_0^{I_{\max}} L \cdot \frac{dI}{dt} \cdot I dt$
Feldenergie	$W = \frac{1}{2 \cdot C} \cdot Q_{\max}^2$	$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{\max}^2$
Kapazität bzw. Induktivität	$C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$	$L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l}$
Feldstärke	$E = \frac{Q_{\max}}{\epsilon_0 \cdot A}$	$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I_{\max}}{l}$
Energiedichte	$\frac{W}{V} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E^2$	$\frac{W}{V} = \frac{1}{2 \cdot \mu_0} \cdot B^2$

Tabelle 1 Elektrische und magnetische Feldenergien und räumliche Energiedichten im Plattenkondensator und in einer Spule. Daten des Kondensators: A Fläche, d Plattenabstand. Daten der Spule: A Fläche, l Länge, n Windungszahl

(Zur Energie im Kondensator vgl. http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_1Feld.DOC - Energie)

6.6.2 Schwingkreise

In Worten der täglichen Erfahrung neigen Systeme immer dann zu Schwingungen, wenn die Wirkung der Ursache mit einem bestimmten zeitlichen Abstand folgt. So geraten oft schulische Leistungen in Schwingungen, wenn die Schüler nur durch schlechte Noten zur Arbeit zu ermuntern sind. Die Verbesserung der Noten erfolgt zeitlich verzögert dem Arbeitsaufwand. Werden die Noten nach einiger Zeit gut, dann werden diese Schüler wieder faul und nach einiger Zeit werden die Noten wieder schlecht, was zu ordentlicher Arbeit antreibt usw.. Im Bild von Ursache und Wirkung am Beispiel einer Schaukel folgt die „Wirkung“ Auslenkung zeitlich verzögert der „Ursache“ Geschwindigkeit: Erst einige Zeit nach Erreichen der höchsten Geschwindigkeit ist die größte Auslenkung erreicht.

6.6.2.1 Ungedämpfte Schwingungen

Wird in einem Stromkreis aus einem Kondensator und einer Spule der Kondensator aufgeladen und dann von der Ladungsquelle getrennt, dann bewegt sich die Ladung in Schwingungen von einer Seite des Kondensators durch die Spule hindurch auf die andere. Die Spannung am Kondensator ist proportional zu seiner Ladung, die entgegengesetzt gleich große induzierte Spannung in der Spule ist proportional zur zweiten Ableitung der Ladung nach der Zeit. Analog ist im mechanischen Schwingkreis die rücktreibende Kraft einer Feder proportional zur Auslenkung, die in jedem Augenblick gleich große, aber entgegengesetzte Trägheitskraft ist proportional zur zweiten Ableitung der Auslenkung nach der Zeit. (Zur Mechanik vgl.: http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V1_5Schwingung.DOC - Schwingung).

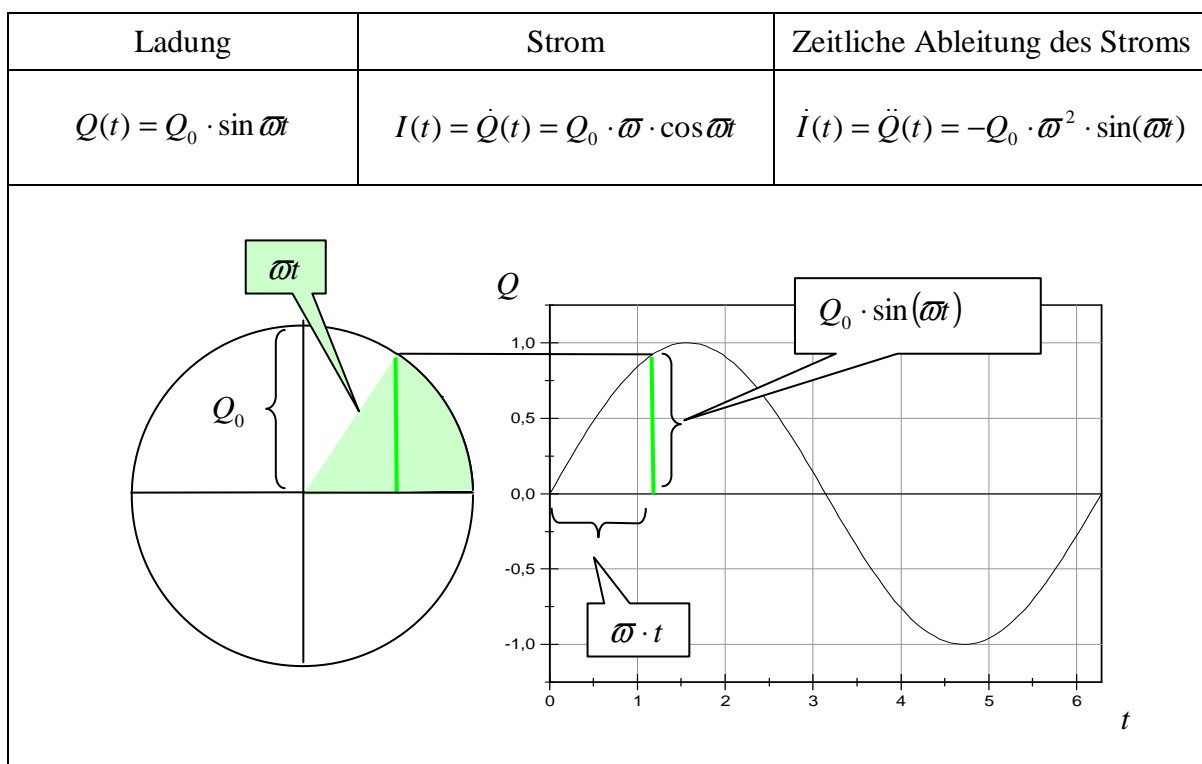


Tabelle 2 Harmonische Schwingung, entspricht dem Weg-Zeit Gesetz der kartesischen Komponente eines Punktes bei seiner Bewegung auf einer Kreisbahn mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. (Zum Argument ωt kann noch die Phase φ addiert werden, sie ist hier null gesetzt).

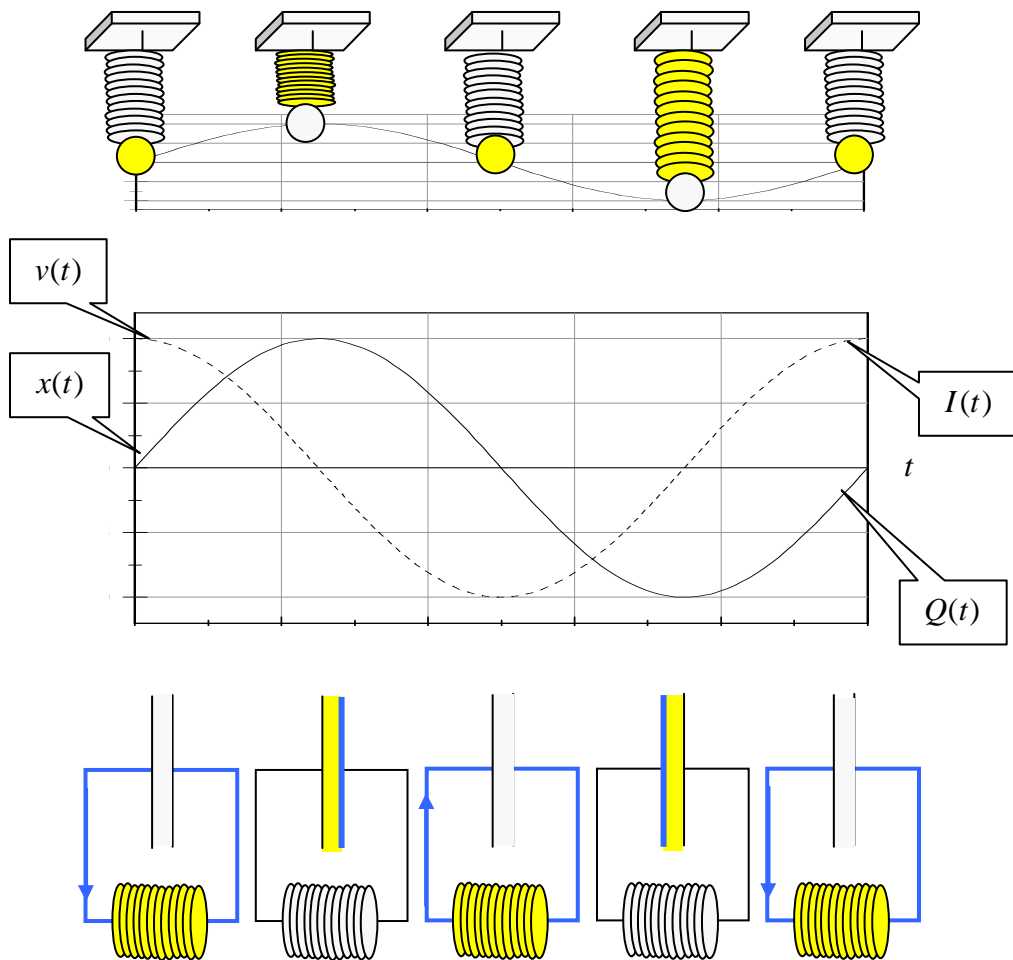


Abbildung 1 Oben: Mechanische Schwingungen eines Massenpunktes an einer Feder. Mitte: Verlauf der Auslenkung bzw. der Ladung während einer Periode, strichliert die jeweilige Ableitung, Geschwindigkeit bzw. Strom. Unten: Elektrische Schwingung zwischen Spule und Kondensator. In den gelb gezeichneten Bauteilen ist zu unterschiedlichen Zeiten die Energie lokalisiert. Der blaue Pfeil zeigt den Fluß der Ladung, blau zeigt die Ladung tragende Seite auf dem Kondensator. Auf der Gegenseite des Kondensators wird jeweils die Gegenladung induziert.

Der Schwingkreis links in der Abbildung oben zeigt den bei maximalem Stromfluß entladenen Kondensator, die Spannung ist null, auch in der Spule wird nichts induziert, weil sich der Stromfluß gerade nicht ändert. Die gesamte Energie steckt am Ort der Spule im magnetischen Feld. Der fließende Strom lädt im ersten Viertel der Periode den Kondensator auf, proportional dazu wächst die Spannung, die in der Spule durch den jetzt abnehmenden Strom induzierte Spannung ist genau so groß. Schließlich ist der Kondensator voll aufgeladen, der Stromfluß ist null, ändert sich aber maximal: Bei maximaler Spannung ist die Energie vollständig im elektrischen Feld des Kondensators lokalisiert, das magnetische Feld ist - mangels Stromfluß - Null. In der folgenden Hälfte der Periode fließt die Ladung wieder auf die andere Seite der Kondensatorplatte.

Die Zeitabhängigkeit von Strom und Spannung zeigt sich klar aus der entsprechenden Gleichung, die zu jedem Zeitpunkt Spannungsgleichheit über Kondensator und Spule ausdrückt.

Sie entspricht der Maschenregel für die Schleife aus Spule und Kondensator. Als Lösung findet man für Ladung und Spannung eine Sinus-förmige Schwingung, die Schwingung des Stroms ist gegenüber Ladung und Spannung um 90° phasenverschoben. Während der Schwingung „schwappt“ die Energie zwischen magnetischer- und elektrischer Feldenergie in der Spule bzw. dem Kondensator hin und her, ähnlich wie im mechanischen Pendel bei jeder Schwingung die potentielle Energie in kinetische Energie übergeht.

$U_c = U_L$	Nach der Maschenregel sind die Spannungen über Spule und Kondensator zu jedem Zeitpunkt gleich
$U_c = \frac{1}{C} \cdot Q$	Spannung über dem Kondensator
$U_L = -L \cdot \frac{dI}{dt}$	Die Spannung über der Spule ist gleich zu der in ihr induzierten Spannung
$\frac{1}{C} \cdot Q + L \cdot \frac{d^2 Q}{dt^2} = 0$	Differentialgleichung für die Ladung
$Q(t) = Q_0 \cdot \sin \omega \cdot t$	Lösung: Die Ladung schwingt in Sinus Form
$Q(t) = Q_0 \cdot e^{i\omega t}$	Komplexe Schreibweise der Lösung
$\frac{1}{C} \cdot Q_0 \cdot \sin \omega t - L \cdot \omega^2 \cdot Q_0 \cdot \sin \omega t = 0$	Wird die Lösung in die Differentialgleichung eingesetzt, dann folgt die Kreisfrequenz:
$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$	Kreisfrequenz
$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$	Periode der Schwingung

Tabelle 3 Schwingungsgleichung für den Schwingkreis aus Kondensator und Spule

Aus dem zeitlichen Verlauf der Ladung läßt sich unmittelbar der Verlauf von Spannung und Strom berechnen, beide schwingen, der Strom gegenüber der Spannung um 90° phasenverschoben. (Komplexe Schreibweise: <http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/Mathe.DOC> - Euler)

$U = \frac{1}{C} \cdot Q$	Spannung und Ladung am Kondensator
$U(t) = U_0 \cdot \sin \omega \cdot t$	Auch die Spannung schwingt Sinus-förmig, mit $U_0 = \frac{1}{C} \cdot Q_0$
$U(t) = U_0 \cdot e^{i\omega t}$	
$I = -\frac{dQ}{dt}$	Strom und Ladung
$I(t) = -I_0 \cdot \cos \omega \cdot t$	Der Strom schwingt gegenüber der Spannung um 90° phasenverschoben, mit dem Maximalwert $I_0 = \omega \cdot Q_0$
$I(t) = -I_0 \cdot i \cdot e^{i\omega t} = -I_0 \cdot e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}$	

Tabelle 4 Spannung und Strom im Schwingkreis aus Kondensator und Spule

Versuch 1 Ungedämpfte Schwingung im Schwingkreis, angeregt mit einer Rückkopplungsschaltung

6.6.2.2 Gedämpfte Schwingungen

Wird in den Schaltkreis aus Kondensator und Spule noch ein Widerstand eingefügt, dann führt die Maschenregel auf eine Lösung, die nur bei geeigneter Wahl von R , L und C eine Schwingung mit Eigenfrequenz ω_0 ergibt, deren Amplitude aber mit $e^{-\delta \cdot t}$ gedämpft wird. Bei sehr hoher Dämpfung „kriecht“ die Ladung aus ihrem Maximalwert auf 0 zurück, die Oszillation bleibt ganz aus.

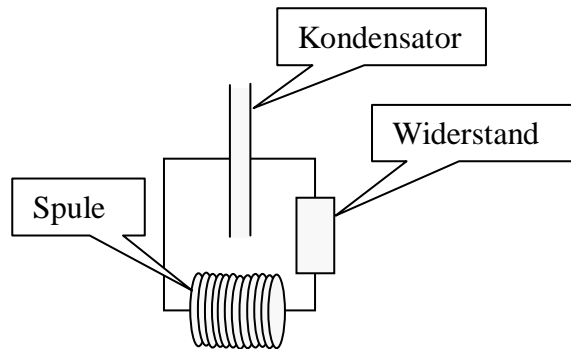


Abbildung 2 Schwingkreis aus Spule und Kondensator mit einem Widerstand als Dämpfung

Ausgehend von der Maschenregel wird die Bewegungsgleichung für die Ladung formuliert: Die Summe der über den drei Bauteilen abfallenden Spannungen ist Null.

Formel	Anmerkung
$U_L + U_C + U_R = 0$	Nach der Maschenregel sind die Spannungen über Spule und Kondensator zu jedem Zeitpunkt gleich
$U_C = \frac{1}{C} \cdot Q$	Spannung über dem Kondensator
$U_L = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -L \cdot \frac{d^2Q}{dt^2}$	Die Spannung über der Spule ist umgekehrt gleich der in ihr induzierten Spannung
$U_R = R \cdot \frac{dQ}{dt}$	Spannung über dem Widerstand
$\frac{1}{C} \cdot Q + R \cdot \frac{dQ}{dt} + L \cdot \frac{d^2Q}{dt^2} = 0$	Differentialgleichung für die Ladung
$Q(t) = Q_0 \cdot e^{i\omega t}$	Lösung in komplexer Schreibweise: Die Ladung schwingt in Sinus Form
$\omega^2 - \frac{R}{L} \cdot i \cdot \omega - \frac{1}{L \cdot C} = 0$	Wird die Lösung in die Differentialgleichung eingesetzt, dann folgt die Kreisfrequenz:
$\omega_{1,2} = \frac{i \cdot R}{2 \cdot L} \pm \sqrt{\frac{-R^2}{4 \cdot L^2} + \frac{1}{L \cdot C}}$	Komplexe Kreisfrequenz

Die komplexe Kreisfrequenz beschreibt die gedämpfte Schwingung. Bei großem ohmschen Widerstand kann die Wurzel verschwinden oder sogar imaginär werden: Die Schwingung geht in eine gedämpfte Rückkehr zur Ausgangslage über.

$Q(t) = Q_0 \cdot e^{i\varpi_{1,2}t} = Q_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot e^{i(\pm\varpi t)}$	Setzt man $\varpi_{1,2}$ in $Q(t)$ ein, dann erkennt man, daß es im allgemeinen eine exponentiell abfallende Dämpfung und eine reelle Schwingung beschreibt:
$\delta = \frac{R}{2 \cdot L}$	Dämpfungskonstante
$\varpi = \pm \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L^2}}$	Die Kreisfrequenz ist reell, wenn $\frac{1}{L \cdot C} > \frac{R^2}{4 \cdot L^2}$, daraus folgt $R < 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$

Aus dem zeitlichen Verlauf der Ladung läßt sich unmittelbar der Verlauf des Stroms berechnen. Aus Ladung, Strom und dessen Ableitung folgen die Spannungen am Kondensator, am Widerstand und an der Spule:

$I = -\frac{dQ}{dt}$	Strom und Ladung
$U_C(t) = \frac{1}{C} \cdot Q(t)$	Spannung und Ladung am Kondensator
$U_R(t) = R \cdot I(t)$	Spannung und Strom am Widerstand
$U_L = L \cdot \frac{dI}{dt}$	Spannung über der Spule

Tabelle 5 Strom und Spannung am Schwingkreis mit Dämpfung

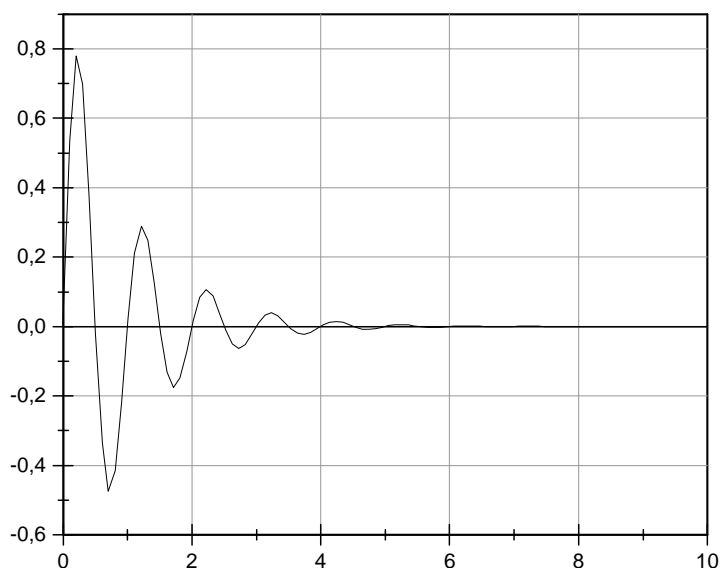


Abbildung 3 Verlauf einer gedämpften Schwingung, Beispiel: $y = e^{-t} \sin(2 \cdot \pi \cdot t)$

Versuch 2 Schwingkreis mit variabler ohmscher Dämpfung

6.6.2.3 Schwingung mit Rückkopplung

Die oben beschriebenen Schwingkreise können durch einmaliges Aufladen des Kondensators angestoßen werden, nach einiger Zeit klingt aber das Signal durch die Verluste an den unvermeidlichen ohmschen Widerständen ab. Um eine dauernde Schwingung zu erreichen, wird der Schwingkreis ab und zu oder bei jeder Schwingung im „rechten Moment“ von außen angestoßen. Man denke an ein Kind auf einer Schaukel, das von seiner Mutter bei jeder Schwingung leicht angeschubst wird. Die Frequenz des Antriebs entspricht der Eigenfrequenz des Schwingkreises, wenn der Antrieb durch Rückkopplung erfolgt.

Die Rückkopplung ist in elektrischen Schwingkreisen durch induktive Kopplung der Schwingung des Schwingkreises auf die anregende Stromversorgung einfach zu realisieren:

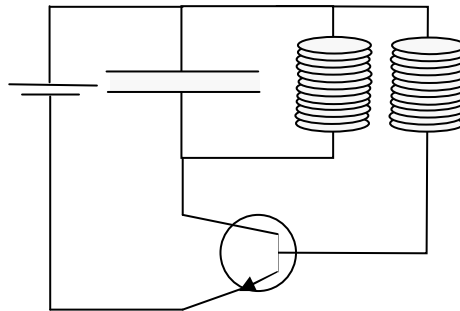


Abbildung 4 Meißnersche Rückkopplungsschaltung mit Transistor und induktiver Ankopplung an den LC Schwingkreis

Versuch 3 Schwingkreis mit Rückkopplung. a) Ferrit in der Spule variiert die Resonanz, hohe Permeabilität und geringe Wirbelstromverluste wegen hohem Widerstand b) Weicheisen in der Spule dämpft die Schwingung. Wegen seiner guten elektrischen Leitfähigkeit treten hoher Wirbelstromverluste auf.

6.6.2.4 Erzwungene Schwingungen

In erzwungenen Schwingungen oder gekoppelten Schwingkreisen entspricht die Frequenz ω des antreibenden Oszillators nicht notwendig der Eigenfrequenz ω_0 des angetriebenen Schwingkreises. Das Verhalten eines solchen Systems überblickt man nur durch mathematische Behandlung. Die Differentialgleichung des freien Schwingers wird dazu um einen Term erweitert, der die mit der Periode ω_A anliegende Spannung wiedergibt. Letztere wird hier gleich komplex angesetzt, damit die Lösung übersichtlicher wird:

$$U_C + U_L + U_R = U_A$$

nach Differentiation:

$$\frac{1}{C} \cdot I + R \cdot \frac{dI}{dt} + L \cdot \frac{d^2 I}{dt^2} + i \cdot \omega_A \cdot U_A \cdot e^{i \cdot \omega_A \cdot t} = 0$$

Nach einiger Zeit des Einschwingens stellt sich ein stationärer Zustand ein, der als erzwungene Schwingung beschrieben wird. Deren wichtigsten Eigenschaften sind:

- Der Antrieb bestimmt die Frequenz
- Die Dämpfung und das Verhältnis der Eigenfrequenz ϖ_0 des freien Schwingers zur Frequenz ω des Antriebs bestimmt die Amplitude
- Die Phase zwischen Antrieb und Schwingung wechselt, wenn die Frequenz des Antriebs die Eigenfrequenz des freien Schwingers überschreitet.

Es ist bemerkenswert, daß die Phase bei Erreichen der Eigenfrequenz auch bei hoher Dämpfung „springt“, im Gegensatz zur Amplitude, die bei Antriebsfrequenz gleich Eigenfrequenz z. B. bei Dämpfung „1“ in der folgenden Abbildung praktisch nicht mehr überhört ist.

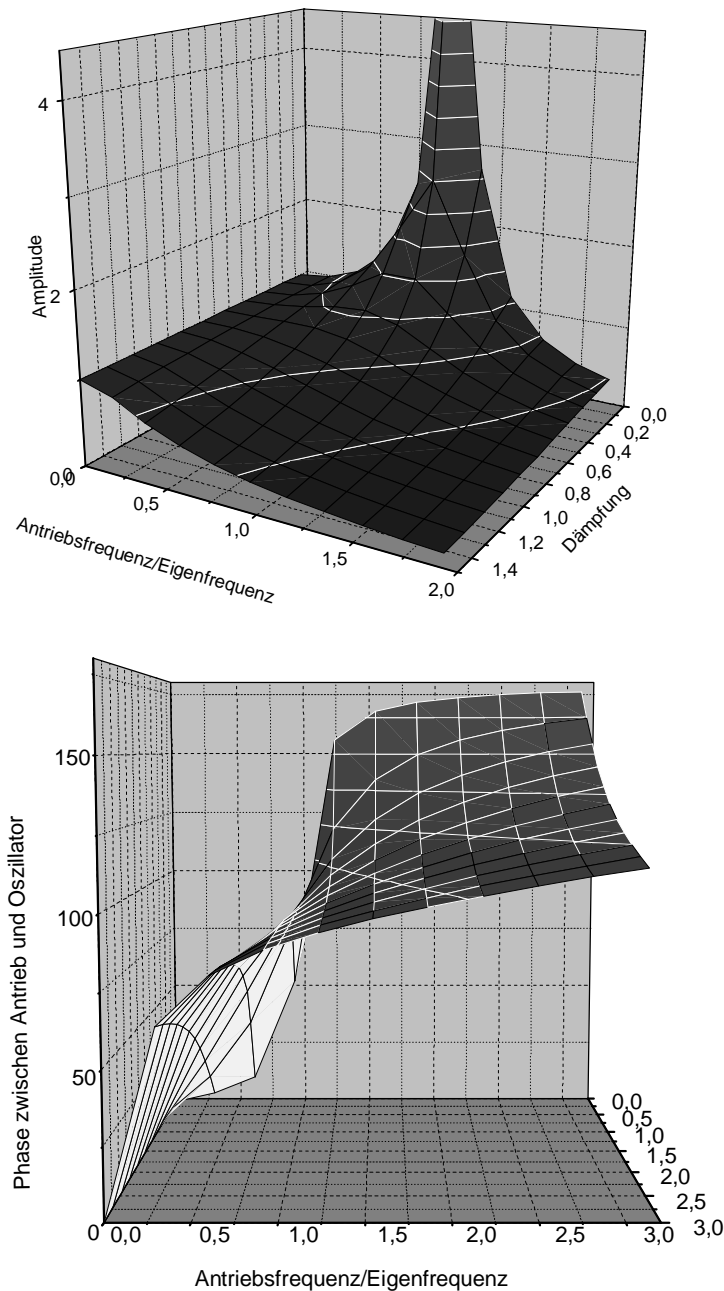


Abbildung 5 Amplitude und Phase bei erzwungenen Schwingungen in Abhängigkeit vom Verhältnis von Antriebsfrequenz zu Eigenfrequenz des freien Schwingers und der Dämpfung.

6.6.2.5 Gekoppelte Schwingkreise

Elektrische Schwingkreise können über z. B. das Magnetfeld von Spulen aneinander gekoppelt werden.

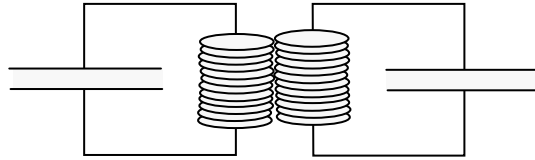


Abbildung 6 Gekoppelte Schwingkreise

Der Abstand zwischen den Spulen entspricht der Stärke der Kopplung. Man erkennt, daß es bei entsprechender Kopplung zwischen den Kreisen Schwebungen gibt: Die Energie pendelt zwischen den Kreisen. Das Gesamtsystem zeigt zwei Eigenschwingungen: Die eine entspricht dem phasengleichen Stromverlauf in beiden Kreisen, die andere den Strömen in Gegenphase. Man kann an gekoppelten Pendeln das mechanische Analogon zeigen.

Versuch 4 Gekoppelte Schwingkreise, unterschiedliche Kopplungsstärke, Schwebung

6.6.3 Der Verschiebungsstrom

In den vorhergehenden Versuchen zeigte sich, daß Energie und Signale auch ohne Leitungen durch zeitlich variable Felder übertragen werden, z. B. bei der Kopplung von Schwingkreisen, wo die Annäherung der einen an die andere Spule genügte. Ein *sich zeitlich änderndes magnetisches Feld* induziert ein elektrisches Feld. Das ist die Aussage des Faradayschen Induktionsgesetzes. Es verknüpft reine Feldeigenschaften, Ladungen oder Ladungsträger werden zur Induktion nicht benötigt. Demgegenüber ist im Ampèreschen Durchflutungsgesetz die Erzeugung des magnetischen Feldes an Ströme, also materielle Leiter gebunden.

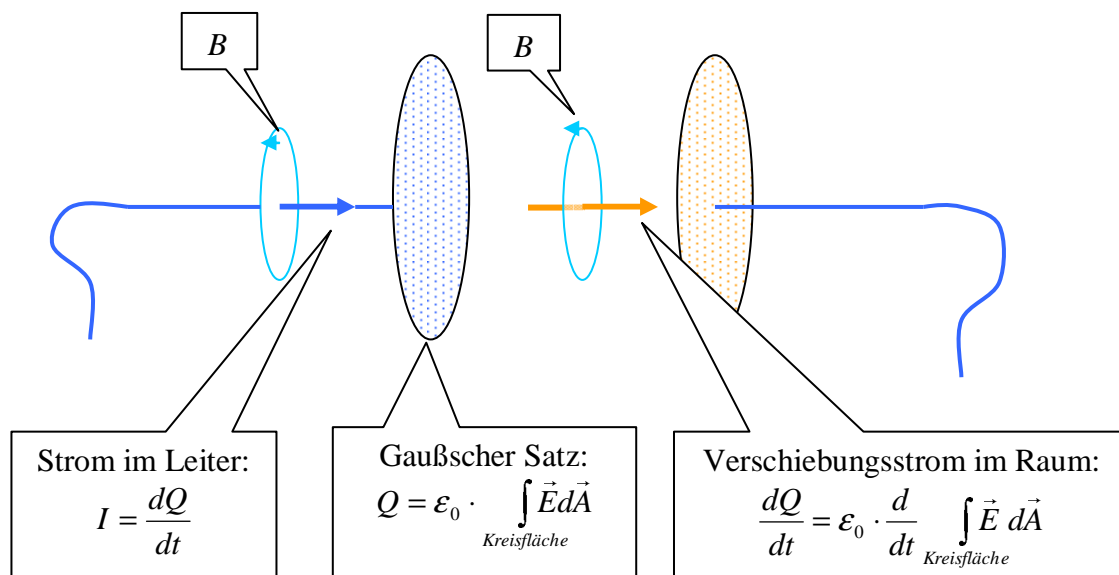


Abbildung 7 Verschiebungsstrom und Magnetfeld: Stromfluß in der Leitung ändert die Ladung auf dem Kondensator, dadurch ändert sich das elektrische Feld (Verschiebungsstrom). Die Änderung des elektrischen Feldes induziert im Raum zwischen den Platten das Magnetfeld. Dunkelblau: Strom, Verschiebungsstrom, hellblau: magnetische Feldlinien, orange: elektrische Feldstärke

Magnetische Felder entstehen auch im leeren Raum, wenn sich die elektrische Feldstärke ändert. Schon Faraday vermutete, daß sich beim Laden eines Kondensators die kreisförmig um den stromführenden Draht liegenden magnetischen Feldlinien kontinuierlich in den Raum zwischen die Platten fortsetzen. Der Ladestrom ändert die Ladung auf den Platten. Die Ladung erzeugt zwischen den Platten das elektrische Feld (Gaußscher Satz). Solange ein Strom im Draht fließt, ändert sich das elektrische Feld. Das sich *zeitlich ändernde elektrische Feld* ist - wie der Strom im Leiter - von kreisförmigen *magnetischen Feldlinien* umgeben. Somit setzt sich das Magnetfeld um den Draht stetig in den Raum fort. Analog ist die zeitliche Feldänderung die Fortsetzung des Stroms im Draht, man bezeichnet sie als *Verschiebungsstrom*.

6.6.3.1 Die Maxwell'schen Gleichungen mit dem Verschiebungsstrom

Erweitert man das Ampèresche Durchflutungsgesetz um den Verschiebungsstrom, dann erhält man das vollständige System der vier Maxwell'schen Gleichungen. Man erkennt, daß die beiden Gleichungen in der oberen Reihe der Tabelle zeitlich konstante Felder beschreiben. Die Gleichungen die in der unteren Reihe verknüpfen die zeitliche Änderung der Ladung, das ist der Strom, oder des elektrischen Feldes oder des Magnetfeldes mit der Induktion des jeweils anderen Feldes.

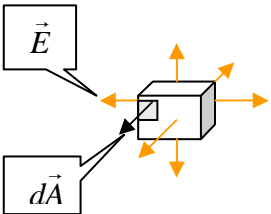
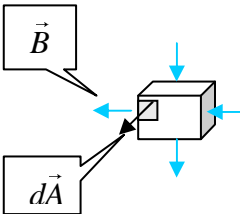
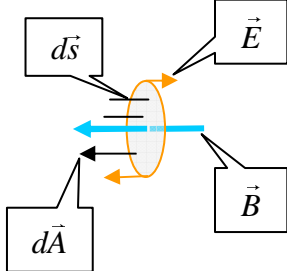
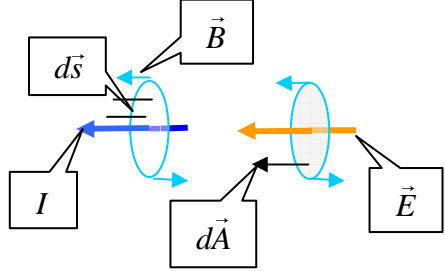
Satz von Gauß-Ostrogradski für el. Felder „Ladungen sind die Quellen des elektrischen Feldes“	Für magnetische Felder gilt: „Es gibt keine magnetischen Einzelladungen“
$\Phi = \oint_{\text{Oberfläche}} \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$	$\Phi = \oint_{\text{Oberfläche}} \vec{B} d\vec{A} = 0$
	
Faradaysches Induktionsgesetz: „Ein sich zeitlich ändernder magnetischer Fluß erzeugt ein quellenfreies elektrisches Feld“ (Drehsinn: Links)	Ampèresches Durchflutungsgesetz: „Ströme oder ein sich zeitlich ändernder elektrischer Fluß erzeugen ein magnetisches Feld“ (Drehsinn: Rechts)
$\oint_{\text{Rand}} \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_{\text{Fläche}} \vec{B} d\vec{A}$	$\oint_{\text{Rand}} \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{\text{Kreisfläche}} \vec{E} d\vec{A}$
	

Tabelle 6 Gaußscher Satz, Faradaysches Induktionsgesetz und Ampèresches Durchflutungsgesetz. Orange: elektrische, Hellblau: magnetische Feldstärke. Dunkelblau: Strom. Schwarz: Flächennormale, Vektor senkrecht zur Fläche mit Betrag der Fläche.

6.6.4 Freie Wellen, Hertzscher Dipol

Wenn man in einem Schwingkreis Kapazität und Induktivität soweit verkleinert, daß die Kondensatorplatten durch zwei Drahtenden und die Spule durch ein Leiterstück ersetzt werden kann, dann erhält man, wegen $\omega = \sqrt{1/(LC)}$, einen Schwingkreis mit hoher Eigenfrequenz: Den Hertzschen Dipol. Im Schwingkreis mit Plattenkondensator kann das Streufeld am Rande und außerhalb der Platten meist vernachlässigt oder als Störung betrachtet werden, weil die Energie im wesentlichen im homogenen Feld zwischen den Platten lokalisiert ist. Im Dipol dagegen steckt die ganze Energie in den Streufeldern, weil es den Bereich des homogenen Feldes zwischen den Platten gar nicht gibt.

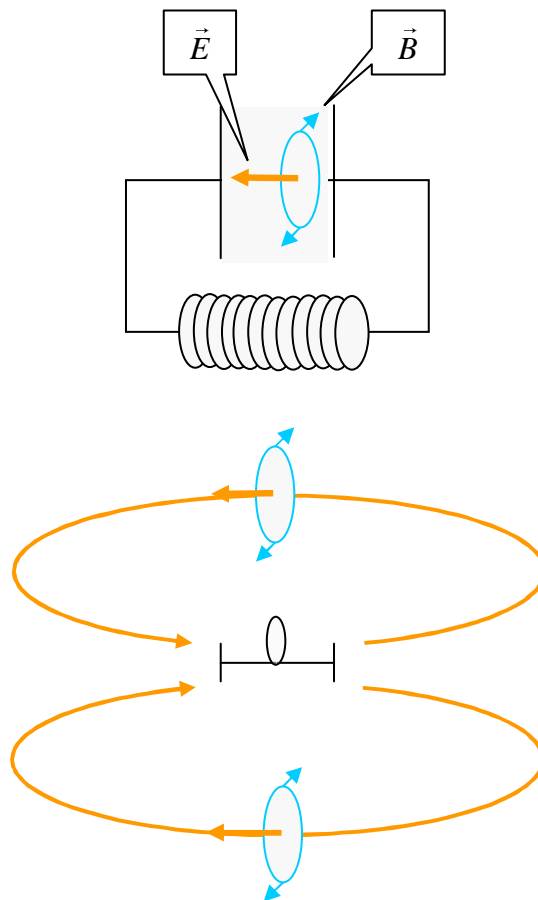


Abbildung 8 Übergang vom Schwingkreis zum Hertzschen Dipol. Orange: Zeitlich variierende elektrische Feldstärke, blau das dadurch induzierte Magnetfeld. Die im unteren, aufgebo- genen Schwingkreis angedeutete Spule mit einer Windung und der Kondensator stehen für die Induktivität bzw. Kapazität des geraden Leiterstücks, das den Hertzschen Dipol bildet.

Der sich zeitlich ändernde Stromfluß im Draht induziert ein zeitlich veränderliches Magnetfeld im Raum, dieses induziert eine Feldstärke im Raum, die, weil auch zeitlich variabel, selbst wieder ein Magnetfeld induziert, das sich im Raum fortsetzt. So entstehen Wellen, die frei in den Raum abgestrahlt werden! Diese Kausalkette hätte ebensogut mit dem zeitlich variablen elektrischen Feld an den Enden des Dipols begonnen werden können: Man erkennt, daß elektrische und magnetische Felder miteinander verwoben sind.

Die wichtigsten Eigenschaften sind:

- \vec{E} und \vec{B} Feld sind in Phase
- \vec{E} und \vec{B} Feld und stehen senkrecht aufeinander
- Der *Poyntingvektor* zeigt die Intensität der Strahlung und die Richtung der Ausbreitung:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

- Elektrisches und magnetisches Feld tragen gleich viel Energie.
- Elektromagnetische Wellen breiten sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit c aus. In Materie ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$$

Das Verhältnis

$$\frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$$

heißt Brechungsindex.

Die Intensität der Strahlung ist definiert als die Leistung, die auf eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehende Flächeneinheit auftrifft.

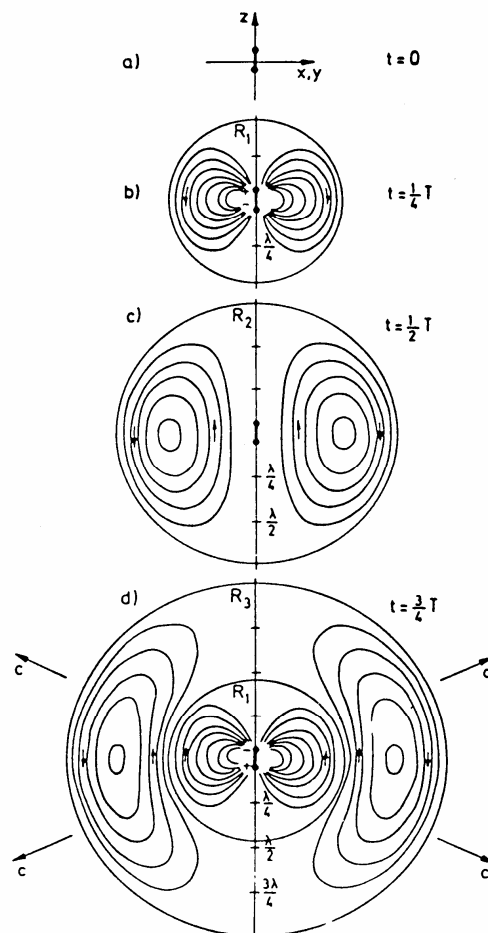


Abbildung 9 Aus Gönnerwein, *Exp. Physik: Hertz'sche Darstellung des zeitlichen Verlaufs der elektrischen Feldlinien des Strahlungsfeldes eines Dipols*

Versuch 5 Freie Wellen mit 150 MHz a) Polarisation b) Abstrahlcharakteristik c) Stehendes Feld mit Reflektor, das Wellenfeld wird abgetastet.

Versuch 6 I Hohlraumresonator werden stehende wellen nachgewiesen: a) Eine Antenne mißt das elektrische, b) eine Schleife das magnetische Feld. Die Bäuche des einen sind an den Stellen der Knoten des anderen.

6.6.5 Elektromagnetische Wellen entlang einer Doppelleitung

Zwei parallel liegende Hertzsche Dipole bilden zwei gekoppelte Schwingkreise. Ist der Abstand der Dipole klein gegenüber der Wellenlänge, dann heben sich die Felder außerhalb der beiden Leiter gerade auf. Die Energie der Schwingkreise bleibt dann zwischen den Leitern lokalisiert.

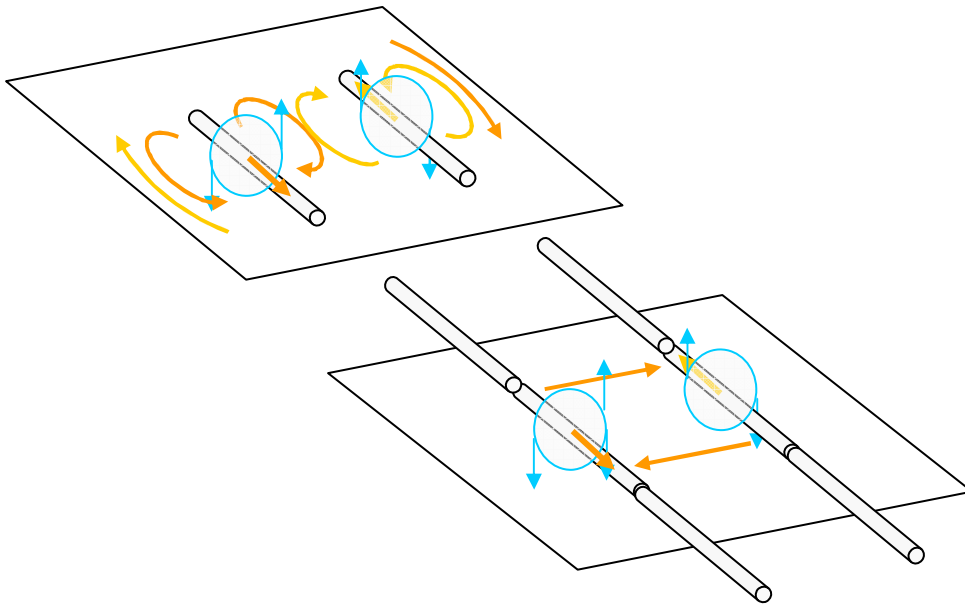


Abbildung 10 Oben: Zwei parallel liegende, gekoppelt schwingende Hertzsche Dipole. Hellblau: Magnetfelder beider Leitungen. Elektrische Felder: Hell Orange von der Leitung rechts, Orange von der Leitung links erzeugt. Man erkennt, daß sich die Felder im Außenraum aufheben, ebenso im Raum zwischen den Leitern die Komponenten parallel zu den Drähten. Unten: Erweiterung eines Dipol-Paares zur Doppelleitung und Feldverlauf dazu.

Setzt man Gedanken mehrere Dipol-Paare zu einer Doppelleitung zusammen, dann erhält man die „Lecherleitung“:

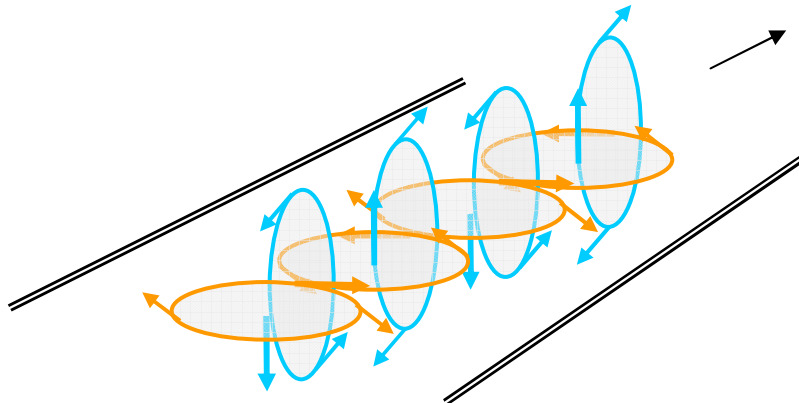


Abbildung 11 Zeitlich variierende elektrische (orange) und magnetische (blau) Wirbelfelder im Raum zwischen zwei Leitern und Richtung (schwarz) der Ausbreitung.

Die Felder laufen mit Lichtgeschwindigkeit durch den Raum zwischen den Leitern und werden am Ende der Leitung abgestrahlt, wenn diese nicht durch eine entsprechende Anordnung abgeschlossen wird. Ist der Abschluß ein Leiter, dann bilden sich stehende Wellen, wenn die Länge des Leiters ein Vielfaches der halben Wellenlänge plus $1/4$ der Wellenlänge ist, weil am Anfang der Leitung ein Bauch der Feldstärke liegt:

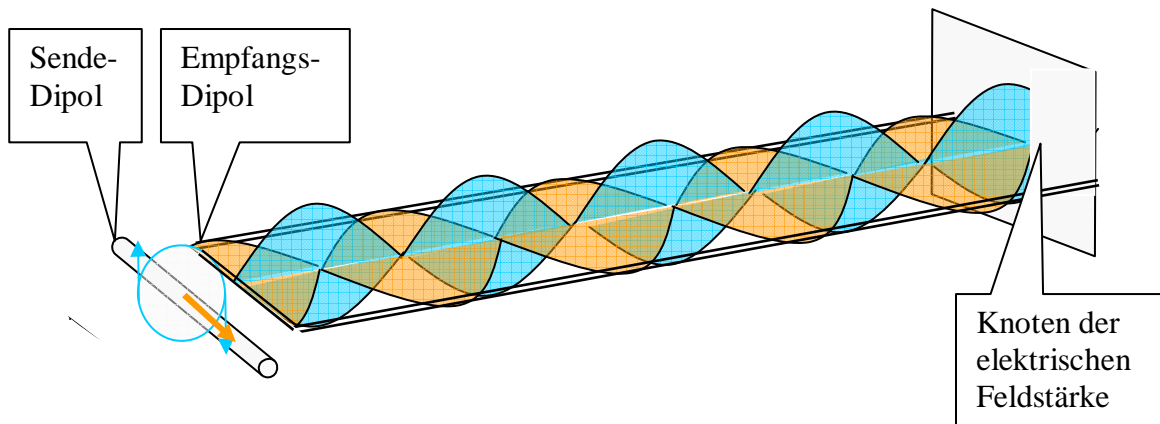


Abbildung 12 Stehende Wellen auf einer Doppelleitung, die mit einer Metallplatte abgeschlossen ist. Die Vektoren der elektrischen Feldstärke (orange) liegen in der Ebene der Drähte, die der magnetischen Feldstärke (blau) senkrecht dazu. Bäuche und Knoten der Feldstärken sind eingezeichnet. Am Ende der Leitung am Kurzschlußblech liegt ein Knoten der elektrischen Feldstärke, am Anfang (links) liegt ein zum Sende Dipol parallel liegendes Stück der Leitung, im Bauch der elektrischen Feldstärke.

Die Herleitung der Wellengleichung findet sich in http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_6ATelegraph.DOC

6.6.5.1 Wellenwiderstand einer Doppelleitung

Für Strom und Spannung in einer Doppelleitung der Länge l mit Induktivität L und Kapazität C gilt für den „Wellenwiderstand“ Z :

$$Z = \frac{U(x, t)}{I(x, t)} = \sqrt{\frac{l_0}{c_0}}$$

mit

$$l_0 = \frac{L}{l}$$

$$c_0 = \frac{C}{l}$$

Um unerwünscht Reflexionen zu vermeiden, muß die Leitung mit dem entsprechenden ohmschen Widerstand abgeschlossen werden. Die ankommende Leistung wird in ihm in Wärme umgewandelt.

Versuch 7: Lecherleitung. Bei Betrieb mit 150 MHz wird jeweils in 1m Abstand ein Knoten gefunden. Man kann daraus die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen: Aus $\lambda = vT$ folgt, weil die Bäuche in $\lambda/2$ Abstand voneinander liegen, $v = \lambda \nu = 2 \cdot 1 \cdot 1,5 \cdot 10^8 = 3 \cdot 10^8$ m/s (Lichtgeschwindigkeit).