

# Philosophische Aspekte der modernen Physik SS2010

## 7. Quantenbit, Quantenteleportation, Quantencomputer, ...

07.06.2010

www.kbraeuer.de

1

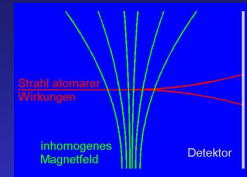
# Spin-Freiheitsgrade

- Versuch von Stern-Gerlach

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left( \frac{-\hbar^2}{2m} \Delta + \underbrace{\pm \vec{\mu} \cdot \vec{B}}_{\text{Aufspaltung}} \right) \psi$$

→

$$\begin{cases} -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left( \frac{-\hbar^2}{2m} \Delta + \mu \sigma \cdot \vec{B} \right) \psi \\ \psi = \begin{pmatrix} \psi_{\uparrow} \\ \psi_{\downarrow} \end{pmatrix} = \psi^{(0n)} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \psi^{(0n)} \underbrace{\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix}}_{\text{Spinor}} \end{cases}$$



07.06.2010

www.kbraeuer.de

2

# Spinoren

Spinoren für Spin  $\pm \frac{1}{2}$ :

$$|s = \frac{1}{2}, s_z = +\frac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |\uparrow\rangle \quad \text{und} \quad |s = \frac{1}{2}, s_z = -\frac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |\downarrow\rangle.$$

Spinoperatoren:

$$\vec{s}^2 = \frac{3}{4} \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad s_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Wellenfunktion für 2 Spinquanten:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \sum_{s_1, s_2} \underbrace{C_{s_1 s_2}(t)}_{\text{Wahrscheinlichkeit}} |s_1^{(1)}, s_2^{(2)}\rangle \\ &= C_{\uparrow\uparrow}(t) |\uparrow, \uparrow\rangle + C_{\uparrow\downarrow}(t) |\uparrow, \downarrow\rangle + C_{\downarrow\uparrow}(t) |\downarrow, \uparrow\rangle + C_{\downarrow\downarrow}(t) |\downarrow, \downarrow\rangle \end{aligned}$$

07.06.2010

www.kbraeuer.de

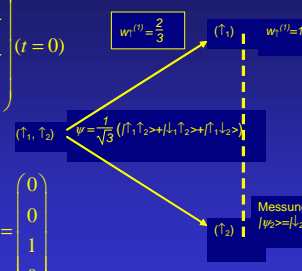
3

# Quantensprünge und Nichtlokalität

$$\text{Beispiel: } \vec{C}(t=0) = \begin{pmatrix} C_{\uparrow\uparrow} \\ C_{\uparrow\downarrow} \\ C_{\downarrow\uparrow} \\ C_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ 0 \end{pmatrix} (t=0) \quad w_{\uparrow}^{(0)} = \frac{2}{3} \quad w_{\downarrow}^{(0)} = 1$$

$$\vec{C}(t < t_1) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{C}(t > t_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

nach Messung von  $s_2$



07.06.2010

www.kbraeuer.de

4

$$w_{\uparrow}^{(1)}(t) = \frac{|C_{\uparrow\uparrow}(t)|^2 + |C_{\uparrow\downarrow}(t)|^2}{|C_{\uparrow\uparrow}(t)|^2 + |C_{\uparrow\downarrow}(t)|^2 + |C_{\downarrow\uparrow}(t)|^2 + |C_{\downarrow\downarrow}(t)|^2},$$

also

$$w_{\uparrow}^{(1)}(t < t_1) = \frac{|C_{\uparrow\uparrow}(t < t_1)|^2 + |C_{\uparrow\downarrow}(t < t_1)|^2}{|C_{\uparrow\uparrow}(t < t_1)|^2 + |C_{\uparrow\downarrow}(t < t_1)|^2 + |C_{\downarrow\uparrow}(t < t_1)|^2} = \frac{2/3}{1} = 2/3$$

und

$$w_{\uparrow}^{(1)}(t > t_1) = \frac{|C_{\uparrow\downarrow}(t > t_1)|^2}{|C_{\downarrow\uparrow}(t > t_1)|^2} = 1 \neq w_{\uparrow}^{(1)}(t < t_1).$$

07.06.2010

www.kbraeuer.de

5

# Quantenbit

$$|\psi^{(s=0, M=0)}\rangle_{12} = |(s_1, s_2) S = 0, M = 0\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\uparrow\downarrow\rangle_{12} - |\downarrow\uparrow\rangle_{12} \}.$$

	Alice in Amsterdam	Bob in Boston
$ \psi^{(00)}\rangle_{12}$	2 bit: $i \in \{0..3\}$	$(\uparrow_1, \uparrow_2)$
$ \psi^{(00)}\rangle_{12}$	$(\uparrow_1)$	$(\uparrow_2)$
$\sigma_i^{(1)}  \psi^{(00)}\rangle_{12}, \quad i \in \{0..3\}$	Drehung um i-Achse $(\downarrow \uparrow_1)$	$(\uparrow_2)$
$\sigma_i^{(1)}  \psi^{(00)}\rangle_{12}$	Transfer von einem Quantenbit	$(\downarrow \uparrow_1, \uparrow_2)$
		Analyse des Zustandes → 2 bit: $i \in \{0..3\}$

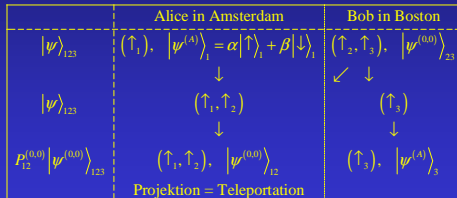
07.06.2010

www.kbraeuer.de

6

## Quantenteleportation (Zelinger)

- Zustand wird von Alice zu Bob teleportiert:



07.06.2010

www.kbraeuer.de

7

$$\begin{aligned}
 |\psi^{(1)}\rangle_3 |\psi^{(0,0)}\rangle_{23} &= \{\alpha|\uparrow\rangle_1 + \beta|\downarrow\rangle_1\} \sqrt{\frac{1}{2}} \{|\uparrow\downarrow\rangle_{23} - |\downarrow\uparrow\rangle_{23}\} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2}} \{\alpha|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle_{123} - \alpha|\uparrow\downarrow\uparrow\rangle_{123} + \beta|\downarrow\uparrow\downarrow\rangle_{123} - \beta|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle_{123}\} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left\{ \alpha \left[ \frac{c}{2} |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle_{123} - \frac{c}{2} |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle_{123} + \frac{c}{2} |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle_{123} - \frac{c}{2} |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle_{123} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \beta \left[ \frac{c}{2} |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle_{123} + \frac{c}{2} |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle_{123} + \frac{c}{2} |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle_{123} + \frac{c}{2} |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle_{123} \right] \right\} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{2} \alpha \left[ \frac{c}{2} |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle_{123} - \frac{c}{2} |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle_{123} + \frac{c}{2} |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle_{123} - \frac{c}{2} |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle_{123} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \beta \left[ \frac{c}{2} |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle_{123} + \frac{c}{2} |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle_{123} + \frac{c}{2} |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle_{123} + \frac{c}{2} |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle_{123} \right] \right\} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{c}{2} \alpha \left[ \frac{1}{2} |\psi^{(1,1)}\rangle_{12} |\downarrow\rangle_3 - \frac{1}{2} |\psi^{(1,-1)}\rangle_{12} |\uparrow\rangle_3 \right] - \frac{1}{2} |\psi^{(1,0)}\rangle_{12} (\alpha|\uparrow\rangle_3 - \beta|\downarrow\rangle_3) \right\} \\
 &\quad - \frac{1}{2} |\psi^{(0,0)}\rangle_{12} |\psi^{(1)}\rangle_3 \\
 &\xrightarrow{\text{Projektion}} \frac{1}{2} |\psi^{(0,0)}\rangle_{12} |\psi^{(1)}\rangle_3
 \end{aligned}$$

07.06.2010

www.kbraeuer.de

8

## Quantencomputer

Rechenaufgabe:  $a + b = c; a, b \in \{1, 2\} \Rightarrow c \in \{2, 3, 4\}$

Klassischer Computer	Quantencomputer
vier Rechenschritte	$\rho(\{11\}, \{12\}, \{21\}, \{22\})$
$\left\{ \begin{array}{l} 1+1=2 \\ 1+2=3 \\ 2+1=3 \\ 2+2=4 \end{array} \right.$	Wahrscheinlichkeiten für zu addierende Zahlenpaare ↓ Addition ↓ $\rho(\{2\}, \{3\}, \{3\}, \{4\})$ Wahrscheinlichkeit für Ergebnis der Addition

07.06.2010

www.kbraeuer.de

9

## Faktorisierungsalgorithmus von Shor (1994)

- Zerlegung natürliche Zahlen in Primfaktoren ist wichtig für Kryptographie
- Klassischer Computer mit  $10^{10}$  Divisionen/Sekunde braucht für Faktorisierung einer Zahl mit 100 Stellen mehr als 10 Milliarden Jahre (durch ausprobieren)
- Durch Superposition der Rechenschritte könnte das Problem in sehr kurzer Zeit gelöst werden

07.06.2010

www.kbraeuer.de

10

## Suchalgorithmus von Grover (1994)

- Suche in Telefonbuch mit 1.000.000 Einträgen nach bestimmter Nummer:
  - Einzelne Einträge müssen nacheinander überprüft werden
  - Im Mittel brauch man  $N/2$  Versuche (500.000)
- Mit Quantenalgorithmus von Grover benötigt man  $\sqrt{N}$  Versuche (1000)

07.06.2010

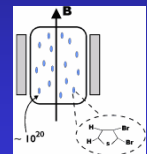
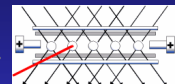
www.kbraeuer.de

11

## Realisierung von Quantencomputer

Viele Möglichkeiten, z.B.

- Ionenfallen:
  - einzelne Ionen (Bits) werden durch Felder (LASER) in Raumbereiche gesperrt und beeinflusst (Tunneln,...)
  - Problem ist Kühlung (fast 0 Grad), möglich für etwa 10-20 Ionen
- Kernspinresonanz:
  - Quantencomputer besteht aus einzelmem Molekül mit etwa 10 Atomen
  - Zustände durch Spinflips der Atome



07.06.2010

www.kbraeuer.de

12

## Entwicklungsstand der Quantencomputer

- Stand der Forschung:
  - Mit Kernspin konnte 2 QuBits implementiert werden,
  - Mit Grover-Algorithmus wurde aus 4 Zuständen der richtige gefunden
  - Problem ist Dekohärenz (Wechselwirkung mit Umgebung)
  - Erst einige 100 QuBits bringen Vorteil zu klassischen Computern
  - Grundsätzlich funktioniert der Quantencomputer jedoch
- Referenz mit weiteren Links:
  - [www.quantencomputer.de](http://www.quantencomputer.de)

07.06.2010

[www.kbraeuer.de](http://www.kbraeuer.de)

13

## Quantenbit und Quantenteleportation

- Wirkungen entwickeln sich als Möglichkeiten (superponiert)
- Eine der Möglichkeiten manifestiert sich als materielle Wirklichkeit
- Die Manifestation ist nichtlokal (nicht objektiv)
- Klassisches Weltbild ist Annäherung an Natur (nur Manifestationen)
- Quantenphänomene spielen immer größere Rolle im Alltag (Transistoren, Prozessoren, Laser, ...)
- Sollten sie nicht auch eine Rolle in unserem Denken über den Alltag spielen?
  - Dominanz des Materiellen, Berechenbarkeit, Medizin, Kausalität, ...

07.06.2010

[www.kbraeuer.de](http://www.kbraeuer.de)

14

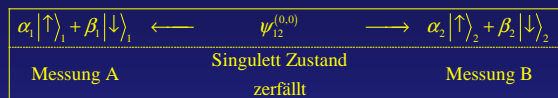
## EPR-Experimente und die Bell'schen Ungleichungen

- Unschärfe der Quantenmechanik führt zur Statistik
- Einstein:
  - Gott würfelt nicht
  - Wechselwirkung ist kausal (lokal)
  - Quantenmechanik ist unvollständig (verborgene Parameter)
- Experimente zur Klärung vorgeschlagen von Einstein, Podolsky und Rosen (EPR) 1935
- Berühmtes Experiment: Aspect et.al 1983
- Mathematische Behandlung: Ungleichungen von Bell 1987

07.06.2010

[www.kbraeuer.de](http://www.kbraeuer.de)

15



$$\text{Messung A: } A(\underbrace{\bar{a}, \mu_a, \bar{b}, \mu_b}_{\text{Polarisation } \bar{a}, \bar{b} \text{ \& \text{Geräteparameter } \mu_a, \mu_b}}, \underbrace{\lambda_A, \lambda_B, \lambda}_{\text{verborgene Parameter}}) = \begin{cases} +1 & \text{für } |s_a^{(1)}\rangle = |\uparrow\rangle \\ -1 & \text{für } |s_a^{(1)}\rangle = |\downarrow\rangle \end{cases}$$

$$\text{Messung B: } B(\bar{a}, \mu_a, \bar{b}, \mu_b, \lambda_A, \lambda_B, \lambda) = \begin{cases} +1 & \text{für } |s_b^{(2)}\rangle = |\uparrow\rangle \\ -1 & \text{für } |s_b^{(2)}\rangle = |\downarrow\rangle \end{cases}$$

$$\text{Bell: lokaler Kontext: } A = A(\bar{a}, \mu_a, \lambda_A, \lambda), \quad B = B(\bar{b}, \mu_b, \lambda_B, \lambda).$$

07.06.2010

[www.kbraeuer.de](http://www.kbraeuer.de)

16

Mittelung über Geräteparameter:  $\bar{A}(\bar{a}, \lambda_A, \lambda) = \int P_A(\mu_A) A(\bar{a}, \mu_A, \lambda_A, \lambda) d\mu_A$   
 $\bar{B}(\bar{b}, \lambda_B, \lambda) = \int P_B(\mu_B) B(\bar{b}, \mu_B, \lambda_B, \lambda) d\mu_B$

$$|A(\bar{a}, \mu_A, \lambda_A, \lambda)| = |B(\bar{b}, \mu_B, \lambda_B, \lambda)| = |\pm 1| = 1 \Rightarrow |\bar{A}(\bar{a}, \lambda_A, \lambda)| \leq 1 \text{ und } |\bar{B}(\bar{b}, \lambda_B, \lambda)| \leq 1$$

Spin-Korrelationen mit Mittelung über verborgene Parameter:

$$P(\bar{a}, \bar{b}) = \langle AB \rangle = \int P(\lambda_A, \lambda_B, \lambda) \bar{A}(\bar{a}, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(\bar{b}, \lambda_B, \lambda) d\lambda_A d\lambda_B d\lambda$$

→ Bellsche Ungleichung:  $|P(\bar{a}, \bar{b}) - P(\bar{a}, \bar{c})| + |P(\bar{a}, \bar{c}) + P(\bar{d}, \bar{b})| \leq 2.$

07.06.2010

[www.kbraeuer.de](http://www.kbraeuer.de)

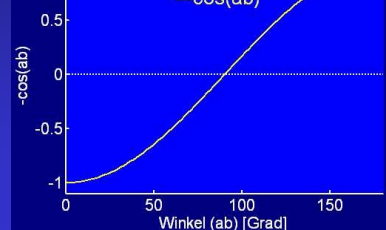
17

Beispiele für Spinkorrelationen

Messreihe:	Korrelationen:
A: 1 1 -1 1	$\langle AA \rangle = \frac{1}{4}(1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot 1) = 1$
B: 1 -1 1 -1	$\langle AB \rangle = \frac{1}{4}(1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 1 \cdot (-1)) = -\frac{1}{4}$
C: -1 -1 1 -1	$\langle AC \rangle = \frac{1}{4}(1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 1 \cdot (-1)) = -1$

Quantenmechanische Spin-Korrelation  $\langle AB \rangle$

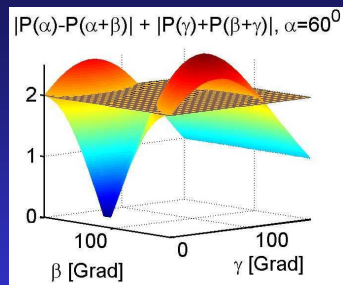
$$\langle S=M=0 | a, \sigma^{(A)} \sigma^{(B)} | b, S=M=0 \rangle = -\cos(ab)$$



07.06.2010

18

- Quantenmechanische Rechnung (Bestätigt durch Aspect):



- Also:
  - Quantenmechanik und Aspect-Experimente sind mit lokalem Kontext (verborgenen Parametern) nicht verträglich
  - Quantenphänomene sind nichtlokal (nichtklassisch)

07.06.2010

www.kbraeuer.de

19

## Nichtlokalität - Bahnkurven

- Bahnkurven sind wichtig für Ingenieure (für unseren materiellen Wohlstand)
- Unschärfe, Nichtlokalität, Quantensprünge, Manifestation von Möglichkeiten sind experimentelle Tatsachen (EPR, Bell)
- Die Welt ist mehr als die klassisch erlebte Natur
- Wir sind mehr als unsere klassisch erlebte Repräsentation
- Wir können die Welt nicht rational erfassen

07.06.2010

www.kbraeuer.de

20

## Nächsten Montag:

### David Bohm und die Implizite Ordnung:

- Moderne Physik → Basis unsere Existenz ist ein Ungeteiltes Ganzes
- Neue Betrachtung: Implizite Ordnung → Explizite Ordnung
- Physikalische Modelle für Implizite Ordnung
- Die Macht der Gedanken:
  - Denken teilt was zusammengehört
  - Danken verbindet was nicht zusammengehört

07.06.2010

www.kbraeuer.de

21